

La modelación en las ciencias naturales: una estrategia didáctica en un curso de cálculo

Modeling in the natural sciences: a didactic strategy in a calculus course

El Cálculo y su Enseñanza

ISSN: 2007-4107 (electrónico)

José Luis Díaz Gómez¹

Recibido: 26 de mayo 2021

Aceptado: 15 de junio 2021

Autor de Correspondencia: José Luis Díaz Gómez

joseluis.diaz@unison.mx



Resumen: En este artículo se describe una estrategia didáctica que se ha implementado con el propósito de propiciar la utilización de modelos matemáticos en situaciones prácticas del área de Químico Biológicas (Q. B.), como vía para contribuir al desarrollo de las habilidades de los estudiantes en la solución de problemas en la vida fuera del aula. El trabajo se desarrolla en un curso de cálculo durante un semestre, y consiste en modelar un problema del área de Q. B. en los cuales se requiere el cálculo para su solución. Para realizar el trabajo, los estudiantes tienen que entrevistar especialistas del área de Q. B., de matemáticas y revisar bibliografía sobre el tema a modelar. Con la implementación del trabajo, los estudiantes se han dado cuenta de que el conocimiento de varias disciplinas se integra para dar solución a un determinado problema en su área y se ha observado que los niveles de comprensión del cálculo se han incrementado..

Palabras clave: Modelación, estrategia didáctica, cálculo, ciencias naturales.

Abstract: This article described a didactic strategy that has been implemented with the purpose of promoting the use of mathematical models in practical situations in the area of Chemical Biology (C. B.), as a way to contribute to the development of students' skills in the solution of problems in life outside the classroom. The work is developed in a calculus course during one semester, and consists of modeling a problem in the area of C. B. in which calculus is required for its solution. To carry out the work, students have to interview specialists in the area of C. B., mathematics and review bibliography on the topic to be modeled. With the implementation of the work, the students have realized that the knowledge of several disciplines is integrated to provide a solution to a given problem in their area and it has been observed that the levels of understanding of calculus have increased.

Keywords: Modeling, teaching strategy, calculus, natural sciences.

¹ Universidad de Sonora. Correo: joseluis.diaz@unison.mx

1. Introducción.

Hace tiempo que los programas de enseñanza de las matemáticas universitarias, hacen énfasis en la importancia de la modelación y la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, en el programa de la materia *Introducción al Cálculo diferencial e Integral* de Químico Biólogo el objetivo general del curso plantea: “*El alumno será capaz de emplear las funciones para modelar fenómenos de Química, Biología, Física y otros relacionados con su carrera...*”. (Universidad de Sonora, 2019)

También en el programa de la materia “Elementos de Cálculo Integral y Álgebra Lineal” de la misma carrera, el objetivo general del curso se plantea: “El alumno será capaz de utilizar la integral de una función para resolver modelos matemáticos de problemas en el área de la Física, Química, Biología y Ecología, relacionados con su carrera.” (Universidad de Sonora, 2019)

Estos objetivos son un común denominador en casi todos los programas de las materias de matemáticas en la universidad. Sin embargo, la resolución de modelos matemáticos en el área de Q. B. que se menciona en los objetivos de los programas de las materias no ha llegado a las aulas, ya que en la mayoría de los cursos se sigue el modelo tradicional de la enseñanza. Las clases se imparten como si fueran conferencias, de forma lineal se introducen definiciones, teoremas y problemas para ejemplificarlos. Al final se espera que el estudiante construya su propio aprendizaje mediante la tarea de resolución de problemas en casa. Esto se realiza sin tomar en cuenta que en la carrera de químico biólogo el principal interés está en la conexión de las aplicaciones del área de Q. B. y las matemáticas frente a la visión de las matemáticas como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos. (Godino,2004; Trigueros, 2009)

Para dar una respuesta a la problemática planteada Trigueros (2009) plantea que: “Una forma de lograr la contextualización del conocimiento es la presentación de situaciones problemáticas reales que sean factibles de representarse mediante modelos matemáticos” (pág. 76).

2. La modelación como método de enseñanza

Un modelo matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión. El modelo

permite no sólo obtener una solución particular, sino también servir de soporte para otras aplicaciones o teorías.

En sus inicios la modelación matemática, como metodología de enseñanza, proponía el desarrollo de cuestiones o preguntas que se quieren comprender, resolver o inferir sobre un tema. Esas preguntas se deben responder con el uso de herramientas matemáticas e investigaciones sobre el tema. Los defensores de la modelación en la enseñanza de las matemáticas tienen la idea de que cada alumno elija un tema de algún área de su interés y realicen una investigación sobre el tema, propongan cuestiones y, con la orientación del profesor elaboren un modelo matemático (Biembengut y Hein, 2003). Se trata de que el estudiante sea corresponsable de su aprendizaje y el papel del profesor es el de un orientador. Los defensores de esta metodología consideran que el aprendizaje del estudiante es más valioso, tomando en cuenta que no sólo se aprende matemáticas en el contexto de otra área del conocimiento, sino que también se despierta su sentido crítico y creativo (Salett y Hein, 2004).

Con la aplicación de la modelación matemática, se espera propiciar en el alumno:

- Conexiones entre lo académico, la vida y las competencias laborales;
- Oportunidades para la reflexión y la autoevaluación por parte del estudiante;
- Oportunidades de retroalimentación y evaluación por parte de expertos;
- Integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento;
- Mejoría de la aprehensión de los conceptos matemáticos;
- Capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones-problema;
- Estimular la creatividad en la formulación y resolución de problemas;
- Capacidad para actuar en grupo;
- Capacidad para la redacción de esa investigación.

Sin embargo, en la enseñanza formal, existen algunos factores que dificultan la implementación de esta forma de enseñanza. Algunos de estos factores, son el número de estudiantes por curso, y la cantidad de cursos que atienden los profesores, por mencionar dos. Para evitar estas limitaciones o al menos tratar de disminuirlas se han realizado algunas adaptaciones en el proceso de la modelación como método de enseñanza que han resultado satisfactorias.

3. Modelo docente propuesto.

El proceso educativo actual exige de un profesional preparado, capaz y presto para aplicar conocimientos y construirlos para dar solución a problemas nuevos. La formación del profesional debe estar ligada a las exigencias del desarrollo de la profesión. El modelo docente que se describe tiene estos fines.

En este documento describimos una propuesta que se ha implementado con el propósito de propiciar la utilización de modelos matemáticos en situaciones prácticas del área de Q. B. como vía para contribuir al desarrollo de las habilidades de los estudiantes en la modelación y solución de problemas en su campo.

El trabajo lo realizan prioritariamente los estudiantes, el papel del profesor es el de asesor, revisor y proveedor de los proyectos que consisten en artículos de investigación en el idioma inglés en los cuáles se utiliza la matemática para modelar un problema del área relacionada con la carrera de químico biólogo.

Con este modelo se plantea una propuesta para el estudio e implementación de la modelación matemática en la formación inicial de los estudiantes de primer ingreso a la universidad. En particular, se busca que los estudiantes experimenten una situación basada en la modelación matemática con el fin de que reconozcan sus características y particularidades, así como el tipo de tareas que se pueden generar. El trabajo es de tipo cualitativo, ya que tiene la intención de comprender de manera detallada el uso del cálculo en aplicaciones del área de Q. B. de voz de los estudiantes que participan. El trabajo se realiza durante un semestre en seis etapas, que a continuación se describen.

3.1 Primera etapa.

Se lleva a cabo al inicio del semestre. En esta etapa los estudiantes seleccionan un artículo sobre un tema relacionado con la carrera; Química, Biología, Medicina, etc. Los artículos y un resumen sobre lo que trata se colocan en la página Web del profesor y tienen una semana para seleccionarlo. En la misma página Web se descarga el documento donde se especifican las condiciones, la evaluación, fechas de reportes y formato de entrega del documento final.

3.2 Segunda etapa.

Los estudiantes entregan una traducción del idioma inglés al español del artículo.

3.3. Tercera etapa.

En esta etapa el estudiante entrega un reporte que consiste en la escritura de un ensayo sobre el tema sobre el cual trata el artículo en el que se aprecie que conoce el tema. Para lograr la comprensión del tema debe de haber realizado al menos dos entrevistas con especialistas y/o profesores universitarios en el campo sobre el cual trata el artículo y haber revisado bibliografía sobre el mismo. El reporte debe de contener un mínimo de cinco páginas.

3.4 Cuarta etapa

En esta etapa el estudiante entrega un reporte que consiste en la escritura de un ensayo sobre el tema o temas de matemáticas que se utilizan para resolver el problema sobre el cual trata el artículo, en el que se aprecie que conoce el tema. Para lograr la comprensión del tema de matemáticas también se debe de realizar al menos dos entrevistas con especialistas y/o profesores en el campo sobre el cual trata el artículo y haber revisado bibliografía sobre el mismo. El reporte debe de contener un mínimo de cinco páginas.

3.5 Quinta etapa

Entrega de un ensayo final donde se aprecie cualitativamente que se comprende el tema sobre el cual trata el trabajo de investigación del artículo, así como la solución matemática del mismo. El reporte del ensayo final debe contener la siguiente estructura y puntos, de los cuales solo se describen los más importantes

1. Portada; 2. Índice del reporte; 3. Resumen; 4. Introducción;

5. Cuerpo del reporte: Se trata en este punto de plasmar el planteamiento del problema como lo son, los objetivos, las preguntas de investigación, la justificación del estudio, así también dónde y cómo se realizó, y la relevancia de este estudio.

6. Metodología. Método, variables, muestra, hipótesis empleadas para el estudio, diseño utilizado, instrumentos de medición utilizados, procedimiento.

7. Resultados y discusión de Resultados. En este apartado se limitarán a describir sus resultados mediante el uso de tablas, cuadros, gráficas, dibujos, diagramas o mapas. La discusión se efectuará haciendo referencia a los objetivos del trabajo y a los antecedentes

obtenidos de la revisión de la bibliografía. Esta es sin duda una de las partes más importantes del informe y donde el investigador desarrolla toda su capacidad de análisis.

- 8. Conclusiones y Recomendaciones.** En esta sección se derivan conclusiones, y se presentan comúnmente como un resumen de la discusión de los resultados. Aquí hacen recomendaciones para otras investigaciones, se analizan las implicaciones de la investigación y si ésta respondió a las preguntas planteadas antes de la investigación o si se cumplió con los objetivos del trabajo.
- 9. Bibliografía y 10. Crítica personal.** En este apartado se hará una crítica personal de cada uno de los miembros del equipo de trabajo. Puntos posibles a tratar: a) Sobre el trabajo y su importancia en la carrera de químico biólogo.; b) Sobre la relevancia del trabajo en la formación profesional del químico biólogo; c) Críticas al tema del artículo o a la presentación del trabajo; d) Crítica o aprobación personal del trabajo de los proyectos en clase; f) Otros puntos que considere pertinentes.

3.4 Sexta etapa

Entrega de una presentación del trabajo en Power Point y una presentación oral de 20 minutos ante el grupo y con una sesión de 5 minutos de preguntas, se permite llevar como apoyo a uno de los especialistas sobre el tema del artículo.

4. Ejemplos de modelos.

A continuación, se describen algunos de los trabajos que se han trabajado con los estudiantes.

El alcohol y el cuerpo humano. (Sandefur & Dance, 1998). El cuerpo humano trata los productos químicos en la corriente sanguínea primordialmente de dos formas: La eliminación por los riñones, y la descomposición de los productos químicos por enzimas del hígado. El hígado elimina los productos químicos descomponiéndolos con enzimas. En este proyecto se presenta un modelo matemático de cómo se elimina el alcohol del cuerpo humano. Los estudiantes en este tema aprenden sobre (1) Las funciones racionales y su representación algebraica, geométrica y numérica (2) la representación algebraica, geométrica y numérica de las asíntotas verticales y horizontales y su aplicación.

Propagación de una enfermedad infecciosa. (Teague & Doyle, 2004). El último invierno fue el SARS. Este verano la gripe. En la primavera otra vez el SARS y la gripe aviar. La propagación

del SIDA ha salido en los periódicos en los últimos 15 años. El modelo para la propagación de enfermedades infecciosas se conoce como un modelo de compartimentos, ya que se considera que las personas se desplazan de un compartimento a otro. Suponemos que tenemos una población fija de N individuos a través del cual se mueve una enfermedad infecciosa. En este proyecto se utiliza primordialmente el cálculo diferencial, ecuaciones iterativas y diferenciales de primer orden de variables separables para modelar la propagación de una enfermedad infecciosa.

Salvando a una víctima de envenenamiento. (Selco & Beery, 2000). Usted es un médico en una sala de emergencias del hospital. Un niño acaba de ser llevado a la sala de emergencias por un frenético padre. El padre toma el medicamento teofilina en forma de tabletas para el asma. Dos horas antes de llegar al hospital, el niño ingirió 100 mg de teofilina en tabletas. Como la mayoría de los fármacos orales, la teofilina se absorbe en el torrente sanguíneo a una tasa proporcional a la cantidad presente en el tracto gastrointestinal (estómago e intestinos) y se elimina del flujo sanguíneo a una tasa proporcional a la cantidad presente en el torrente sanguíneo. Su tarea es determinar si el niño está en peligro, y si es así, salvar su vida. Los requisitos matemáticos son: cálculo diferencial, y ecuaciones diferenciales.

Peligro con los metales pesados. (Sandefur & Dance, 2000). La sociedad humana con su deseo de avance tecnológico y su persistente falta de preocupación por las consecuencias ha producido muchos tipos de riesgos ambientales. Los productos químicos tóxicos en los hogares y los barrios son un riesgo, a menudo invisibles, que nuestra sociedad debe aprender a conocer y prevenir. Tenemos que limpiarlos, y en donde no se haya hecho aún, necesitamos proteger a las personas de la exposición a ellos. El Plomo, el mercurio, el cadmio y el arsénico son los metales pesados más peligrosos y contaminantes en nuestro medio. El proyecto requiere conocimientos de álgebra, cálculo, las funciones y sus gráficas sobre todo de las exponenciales y del concepto de vida media.

Midiendo el gasto cardíaco. (Horelick & Koont, 1979). Se define el gasto cardíaco como: el volumen de sangre impulsado cada minuto por el ventrículo izquierdo hacia la aorta, es decir el volumen de sangre que sale del corazón por minuto. Este proyecto desarrolla una fórmula para calcular el gasto cardíaco a partir de observaciones obtenidas por dilución de colorantes. El desarrollo es una ilustración elemental de las sumas Riemann, y la integral definida. De hecho, es un excelente ejemplo para introducir la integral definida.

El problema de la prueba de sangre. (Teague & Doyle, 2004). Supongamos que usted tiene una gran población en la que desea examinar ciertas características en la sangre o la orina (por ejemplo, hacerle pruebas de uso de esteroides a todos los jugadores de los equipos de fútbol o hacer una prueba de una enfermedad a todo el Personal de un campo militar). Cada prueba será o bien positiva o negativa. En este problema, estamos suponiendo que no existen pruebas positivas o negativas falsas. Puesto que el número de personas a ser examinadas es bastante grande, podemos esperar que el costo de las pruebas también sea grande. ¿Cómo podemos reducir el número de pruebas necesarias y así reducir los costos? Para trabajar este problema se requiere: álgebra, cálculo y probabilidad.

Técnica de trazado radioactivo. (Teague & Doyle, 1980). En el torrente sanguíneo, los iones (k^+) se mueven constantemente dentro y fuera de los glóbulos rojos de la sangre, es decir, las superficies de los eritrocitos son permeables a los iones k^+ . Los iones se mueven desde el plasma hacia el interior de los glóbulos rojos a una cierta tasa, mientras que otros iones dentro de las células se mueven hacia el plasma a otra tasa. La determinación de estas 2 tasas, es decir, la permeabilidad de la superficie de las células a los iones k^+ en ambas direcciones, es de gran ayuda tanto para los fisiólogos como para los médicos para combatir las enfermedades de la sangre. Una técnica para determinar estas permeabilidades es la técnica de trazado radiactivo. La técnica funciona de la siguiente manera. Una cantidad fija de iones k^{42+} radioactivos se introduce en la sangre. Inicialmente, todos estos iones están en el plasma. La cantidad restante en el plasma en varios momentos posteriores se determina tomando muestras de plasma sanguíneo y midiendo la radiactividad presente. Nuestro problema es determinar las permeabilidades de estos datos brutos. En este proyecto se requiere comprender los conceptos de derivada e integración, así como el dominio de las leyes de los logaritmos y exponenciales.

5. Evaluación y conclusión

Esta propuesta se ha implementado en dos cursos, uno de cálculo diferencial y otro de cálculo integral de la carrera de químico biólogo durante varios semestres, la última implementación fue en el semestre 2019-II en un curso de cálculo diferencial, y se trabajaron 12 artículos entre los cuales se incluyeron los que se describen arriba.

Con este trabajo se ha intentado conectar los cursos de cálculo con problemas reales de la carrera de químico biólogo, que le permitan al estudiante apreciar el conocimiento matemático como útil, pertinente, con significado y con posibilidades de ser reconstruido.

Los estudiantes se dan cuenta de que el conocimiento de diferentes disciplinas se integra para dar solución a un problema sobre el cual se está trabajando, de tal modo que el aprendizaje no se da sólo en fracciones sino de una manera integral y dinámica, sienten que tienen la posibilidad de interactuar con la realidad y observar los resultados de dicha interacción.

Con el uso de artículos relacionados con la carrera de químico biólogo, se ha observado que se han incrementado los niveles de comprensión, permitiendo utilizar su conocimiento y habilidades.

A lo largo de la implementación, he monitoreado las reacciones y opiniones de los estudiantes acerca de este trabajo de modelación a través de las críticas personales que emiten en el reporte final del trabajo. A continuación, se presentan algunas opiniones (de entre muchas parecidas) de los estudiantes del primer semestre de cálculo diferencial, como evaluación del trabajo.

Alexia: “Me encantó realizar esta investigación porque para mí es de gran interés el área de la farmacología y descubrir cómo estos funcionan dependiendo del principio activo y las dosis prescritas. Me pareció increíble la relación que llegan a tener las diferentes áreas científicas para la resolución de problemas que aquejan a la humanidad, y uno de ellos tan importante como lo son las enfermedades. Agradezco la oportunidad de realizar esta investigación y también el hecho de ver el cálculo de una manera más aplicada a mi área de acción como lo es la química y la biología, siendo que toda la vida he manejado los conceptos sin saber realmente para qué sirven”

Alberto: Fue un gran placer poder realizar este trabajo, pues logré disfrutar cada momento de él, pues una de mis opciones en un futuro es ser un investigador en el área químico biológica. Desde el instante en que comencé a leer este artículo, supe la importancia que tendría para nosotros como químicos, pero también entiendo la importancia que tiene en el área de aplicación que es la medicina. Fue genial poder probar un poco de lo que significa ser investigador, y más por lo interesante que es este tema, esto solo me alentó más a seguir buscando esa opción”

Estefanía: “En lo personal considero que el cálculo tendrá relevancia en mi formación personal, ya que deseo ser investigadora científica. Para esto debo aprender a interpretar los datos obtenidos en un experimento y establecer relaciones entre la química y las matemáticas. En cuanto al tema

del artículo, me pareció muy interesante ver como los campos de la medicina y las matemáticas se cruzaban y complementaban entre sí. Me hizo darme cuenta de la importancia de tener conocimiento en todas las áreas, y no solo en aquellas en las que nos especializaremos. Como conclusión puedo decir que este trabajo me dejó mucho aprendizaje y que me motivó a seguir aprendiendo sobre otras áreas fuera de la química y la biología.”

Francisco: “Creo que el hecho de haber realizado este tipo de proyecto me ayudo a entender la importancia que tienen las matemáticas en la vida y comprender por qué es que se enseñan tantas variaciones de estas. En mi carrera llevaré muchos datos que se parecerán a este caso de estudio, en los que necesitareé gráficas y formulas y creo que el empezar a ver estos problemas de aplicación es importante para ir dándonos cuenta de lo que haremos una vez egresados de la universidad. El tema del artículo me gusto, es un tema bastante interesante y que está muy apegado a lo que estudiamos, además de que me gusta mucho y me llevo un gran aprendizaje de las cuestiones fisiológicas del corazón, así como de nuevos temas en el cálculo, que al final del día estará muy involucrado en nuestra vida laboral.”

6. Referencias.

- Biembengut, M. S. y N. Hein (1999), “Modelación matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemáticas”, México, *Educación Matemática*, vol. 11, núm. 1, pp. 119-134.
- Godino, J. D. (2004). Didáctica de la matemática para maestros. *Proyecto Edumat Maestros*. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Horelick, B. & Koont, S. (1979). Measuring cardiac output. *UMAP, Module 71*.
- Salett, M. & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, vol. 16, no. 2, pp. 105-125
- Sandefur, J. & Dance, R. (1998). Alcohol and your body. *Consortium 66*.
- Sandefur, J. & Dance, R. (2000). Hazards of heavy metal. *Consortium 74*.
- Selco, J. & Beery, J. (2000). Saving a Drug Poisoning Victim. *ILAP Modules: Tools for Teaching*. pp. 31-46.
- Teague, D.& Doyle, D. (1980). Tracer methods in permeability. *UMAP, Module 74*.
- Teague, D.& Doyle, D. (2004). Blood testing problem. *Consortium 22*.
- Teague, D.& Doyle, D. (2004). Spread of an Infectious disease. *Consortium 86*.
- Trigueros, G. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*. vol. 9, núm. 46, pp. 75-87.
- Universidad de Sonora. División de Ciencias Químico Biológicas. <http://www.qb.uson.mx/wp-content/uploads/2016/02/7790.pdf> . recuperado el 08-12-2019.