

El aporte de Giordano Bruno, alternativa de enseñanza en la comprensión del Principio de Relatividad.

The contribution of Giordano Bruno, teaching alternative in understanding the Principle of Relativity.

El Cálculo y su Enseñanza.
Enseñanza de las Ciencias y la
Matemática

ISSN: 2007-4107 (electrónico)

Felipe Matías¹
Aurora Gallardo²

Recibido: 12 de enero 2021

Aceptado: 23 de mayo 2021

Autor de Correspondencia:

Felipe Matias

fmatias@cinvestav.mx



Resumen: Se rescata de una investigación concluida, uno de los aportes en el ámbito educativo del Nolano¹, como alternativa de enseñanza-aprendizaje en la comprensión del Principio de Relatividad (PR). Se presentan los resultados de la aplicación de un problema (histórico matematizado) a 110 alumnos de nivel medio superior de distintos semestres entre 15 y 19 años en un plantel al oriente de la CDMX, dicho problema usado por Aristóteles, Buridian, Oresme, Digges, Bruno y Galilei. Se indican las conclusiones, rescatadas del sujeto elegido como estudio de caso. Se usó la teoría de los Modelos Conceptuales (MC) y los Modelos Mentales (MM) descritos por Greca et al., (2002). Se reporta también el MM surgido con más frecuencia en el problema original no matematizado, con alumnos de segundo de secundaria entre 13 y 14 años de edad.

Palabras Clave: Principio de Relatividad, Giordano Bruno, Nivel Medio Superior.

Abstrac: It is rescued from a completed research, one of the contributions in the educational field of Nolano¹, as an alternative of teaching-learning in the understanding of the Principle of Relativity (PR). The results of applying a problem (mathematized historical) to 110 high school students from different grades from 15 and 19 years old are presented on a campus east Mexico City, this problem was used by Aristotle, Buridian, Oresme, Digges, Bruno and Galilei. The conclusions, rescued from the subject chosen as a case of study, are indicated. The Theory of Conceptual Models (MC) and Mental Models (MM) described by Greca et al., (20s02) were used. The MM most often arisen in the original non-mathematicized problem is also reported, with students of second grade junior high school from 13 to 14 years old.

Keywords: Principle of Relativity, Giordano Bruno, High School.

¹ Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav Zacatenco. Correo: fmatias@cinvestav.mx

² Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav Zacatenco. Correo: agallardo@cinvestav.mx

1. **Nolano:** Apelativo usado por Giordano Bruno para referirse a su persona, haciendo alarde a su lugar de nacimiento, en el municipio de Nola perteneciente a la ciudad metropolitana de Nápoles, Italia.

1. **Nolano:** Appellative used by Giordano Bruno to refer to his person, flaunting his birthplace, in the town of Nola belonging to the metropolitan city of Naples, Italy.

Introducción

Se revisaron los temas referentes al movimiento de los cuerpos y las concepciones fundamentales en la física de Nivel Básico y Nivel Medio Superior (NMS), como un referente constante hasta nuestros días es el estudio de la caída libre, en el Libro para el maestro de Física en secundaria (2001) correspondiente a los Planes y Programas (1993), el Programa de Ciencias II con Énfasis en Física (2006) y los Programas de Ciencias II Énfasis en Física (2011). Estos textos sugieren contrastar las explicaciones en particular de caída libre realizadas por Aristóteles, con lo realizado por Galileo Galilei. Desde segundo grado de secundaria y NMS, la resolución de problemas de cinemática por medio del uso de fórmulas permite a los estudiantes encontrar los valores de las distintas variables involucradas muchas veces sin dar sentido a la situación física del movimiento, hecho manifestado por diversos autores como Mochón (1997), Peduzzi, Zylbersztajn (1997), Encalada (1999), Driver et al., (2000) y Matías (2013).

Esta investigación realizada desde la Matemática Educativa servirá de aporte tanto a esta disciplina como también a la física educativa. Pues la herramienta matemática es usada en la resolución problemas de física escolar a partir de fórmulas en la búsqueda de la comprensión de concepciones, por ejemplo: velocidad, aceleración e incluso, el principio de relatividad. Se retomó el trabajo de Matías (2013) referente a la resolución de problemas de cinemática, pues quedó al descubierto que alumnos de secundaria, quizá acostumbrados a usar fórmulas en la búsqueda de valores a las variables solicitadas, a partir de ciertas condiciones específicas, no logran establecer de esta forma, concepciones que permitirían avanzar gradualmente en la comprensión de las situaciones físicas, como la comprensión del Principio de Relatividad (PR) entre otros.

Respecto a la matematización para la enseñanza de la física de los autores Vizcaino y Terrazzan (2015) de acuerdo con los autores Redish y Gupta citados en su trabajo, dicen que ésta puede entenderse como una estrategia de explicación, por lo que será necesario guiar a los aprendices en la construcción y reelaboración del lenguaje específico para la materia, que no basta con el dominio en el uso de las representaciones matemáticas de la física, deben apoyarse en la comprensión del sentido de dichas representaciones. Con esta definición sobre matematización, se decidió trabajar durante el desarrollo de esta investigación convencidos en que el reconocimiento del movimiento de los cuerpos por los estudiantes debe lograrse antes de la resolución de problemas, considerando su desarrollo histórico, en este sentido esta investigación será pilar en la construcción y comprensión de la física escolar básica.

Perspectiva histórica.

Sobre el uso de una perspectiva histórica, Asimismo, Gilbert y Zylbersztajn citados por Driver (2000), evidencian sobre las ventajas que se pueden obtener en la que los estudiantes reconozcan las semejanzas de sus ideas sobre el movimiento y las de los principales científicos del pasado. Debieron pasar aproximadamente 2000 años, después que la Iglesia adoptara las enseñanzas de Aristóteles como válidas. Dickson (1968/1975) menciona después de Lucrecio a Nicolás de Cusa, diciendo que tuvo un acercamiento al principio de la relatividad, pero también hace una reflexión diciendo que únicamente por deferencia se puede detectar el movimiento y retoma también el ejemplo de una persona en un barco cuando se encuentra en altamar y desconoce que existen corrientes marítimas que lo pueden mover, ¿cómo sabría éste que el barco está en movimiento? Concluye precisando que sin importar el lugar se encuentre el individuo, siempre tendrá la impresión de que las cosas están en movimiento.

Una explicación que hace referencia al principio de la relatividad se encuentra en Bruno (1584/1972) previo a lo realizado por Galileo Galilei, como sigue:

TEO: Con la tierra se mueven, por tanto, todas las cosas que se encuentran en ella. Por consiguiente, si desde un lugar fuera de la tierra se arrojara algún objeto hacia ella, perdería

la rectitud debido al movimiento de ésta. Como se muestra en el caso de la nave A B [Fig. 1], la cual cruza el río; si alguien que se encuentra en la orilla de éste, C, lanza directamente una piedra hacia un punto determinado de la nave, errará su tiro por cuanto comporta la velocidad del curso; pero si, por lo contrario, lo hace alguno colocado sobre el mástil de dicha nave, por veloz que ésta transite, no errará para nada su tiro, de manera que directamente desde el punto E, que está en la cima del mástil o en la cabina, hasta el punto D, que está en la raíz del mástil u otro punto del vientre y cuerpo de dicha nave, no la alcance la piedra u otra cosa pesada. De igual forma, si alguien que está dentro de la nave, lanza una piedra en línea recta desde el punto D al punto E, ésta retornará a lo bajo por la misma trayectoria, aunque se mueva mucho la nave, pero siempre y cuando no se tambalee. (p. 163). A nuestra consideración, Giordano Bruno en lugar de colocar las letras correspondientes que darían sentido a su diálogo, nos ofrece con la (Figura 1) la comprensión y aceptación del PR, mostrándonos que todo dentro de la tierra [Barco, aire, nubes, fuego, agua, construcciones, humanos, animales, etc.] se mueven en conjunto compartiendo todos y cada uno de los movimientos de nuestro planeta.



Figura 1. Tomada del libro la Cena de las cenizas. (Bruno, 1584/1972, p. 162).



Figura 2. Tomada de (Matías, 2019, p. 38) para dar sentido al diálogo citado previamente, considérese el punto C en la playa u orilla del río.

Respecto al aporte Bruniano antes mencionado, Aquilecchia (1584/2013), comenta en pie de página, que el ejemplo del barco también fue usado por Thomas Digges en 1576 su contemporáneo, resaltando que la analogía de la piedra arrojada desde fuera (del barco), no tiene precedentes (p. 518). Existen trabajos referentes a la enseñanza-aprendizaje en secundaria y bachillerato sobre la relatividad, por mencionar algunos, los de Alemañ y Pérez (2001), Pérez y Solbes (2003), (2006) y De Hosson (2011).

En ellos se mencionan el aporte conocido como PR de Galileo, en el tercer trabajo se plantea también el ejemplo usando una barca en movimiento, pero ligándolo al final a Galileo, en el último trabajo mencionado se atribuye también a Galilei. La primicia del principio de relatividad en Giordano debería ser respetada y en el mejor de los casos denominar al Principio de Relatividad, no como **Galileano** sino más bien **“Bruniano”** y si algunos aún reclamaran la autoría para otros, quizá sea mejor denominarla entonces: **“Relatividad Renacentista”**, pero **“No”** como se conoce hasta ahora.

Drewermann (1992/1995) sacerdote, y docente en teología, nos permite establecer lo antes mencionado sobre Digges en voz de Giordano como sigue: ...en la isla había gente con la que me habría gustado discutir, como el astrónomo Thomas Digges, quien 17 años antes, con las lecturas de Copérnico, había llegado a la idea de la extensión infinita del universo; pero en su caso se trataba más bien de un hallazgo casual, que no defendió de forma clara y sistemática: con toda seriedad seguía creyendo en las esferas celestes de Aristóteles y, sobre todo no había barruntado ni de lejos la dimensión religiosa de su propia idea (p. 257). Es también Dickson (1968/1975) quien, al referirse a Bruno, lo compara con Thomas Digges diciendo que el primero “fue un destemplado rebelde, que frecuentemente estuvo en dificultades con las autoridades hasta que, finalmente fue quemado en la hoguera por herejía en 1600.” En cambio, para Digges matemático inglés tuvo éxito con su libro siete veces editado. Continúa diciendo “Digges no partió de una base metafísica, como Bruno, sino que siguió las consecuencias lógicas del sistema Copernicano.

Elena (1983) reclama para Digges los derechos de prioridad frente a Giordano Bruno, diciendo que él no era un científico y tampoco dominaba las matemáticas, pero sí un gran expositor, pero que su aporte estrictamente científico era nulo (p. 16). Curiosamente, desde el título de su libro, este autor, niega la importancia de los aportes Brunianos al omitir el nombre del Nolano. En contraste, Mendoza (1987) al revisar la Historia de las ciencias de René Taton cita lo siguiente respecto a la opinión de este autor respecto a Copérnico, Bruno, Digges, Benedetti, Galileo y Kepler: Por una intuición genial que lo hizo adelantarse a los descubrimientos telescópicos de Galileo y superar ampliamente las concepciones de Digges o Benedetti, Bruno captó el infinitismo esencial de la nueva astronomía y [se] opuso a la visión medieval de un cosmos ordenado y finito -visión que aunque modificada, dominaba todavía el pensamiento de Copérnico e incluso de Kepler- su propia intuición de un “universo infinito”, “inmenso y no enumerable”, poblado por infinitud de “mundos” semejantes al nuestro”. (p. 46)

En este punto se debe agregar la relación cercana existente entre Tomasso Campanella y Giordano Bruno siendo el primero el mensajero entre Bruno y su amada Morgana, mientras estaban encarcelados, preparaban en complicidad la forma de escaparse de Campanella pues era hábil para hacerse el loco y lograr que lo dejaran en libertad, recluido en algún monasterio, fortaleza o castillo, según comentan Olazar y Arenas (2015, p. 392). Siendo Campanella el portavoz de Bruno, pudiendo éste, haber respetado los aportes Brunianos, los luce como propios en cartas entre él y Galileo. Se considera pertinente resaltar el aporte Bruniano pues a nuestro parecer es parteaguas en la comprensión del PR, la forma descrita por Giordano respecto a este aporte permite a nuestra consideración, realizar el experimento mental permitiendo quizá su

propia “asimilación”, previo a lo que conoce como Relatividad de Galileo. Sin hacer mención sobre la importancia de Campanella como eslabón entre Bruno y Galilei, es el mismo Tomasso (1622/2006) quién escribe un libro en pro de Galileo Galilei, haciendo mención entre otros, de Giordano Bruno.

Al hablar sobre el movimiento de nuestro Planeta Tierra, usa el ejemplo del barco traído quizá a colación por las pláticas con Bruno dentro de las prisiones del Santo Oficio. Durante el Capítulo II titulado *Argumentos a favor de Galileo*, al referirse a los trabajos de Copérnico respecto al movimiento de la Tierra y la estabilidad del firmamento, así como la fijación del Sol al centro de nuestro (Sistema Solar), agrega: “Galileo no nos muestra nada nuevo sino algunos sistemas hasta ahora desconocidos” (p. 59) Campanella menciona autores como Copérnico, Erasmo Reinhold, Juan Stadius, Miguel Mästlin, Cristóforo Rothmann y muchos otros, de acuerdo con esta teoría. Cuando se permite hablar así mismo sobre Giordano Bruno lo hace diciendo: “Y un cierto Nolano y otros que no está consentido nombrar por heréticos...” (Op. citada p. 61). Al menos se atreve de alguna forma, aludir al innombrable Giordano Bruno el “Nolano” aunque, sin mencionar sus aportes con el crédito correspondiente.

Rescataremos la importancia del *Sistema de Referencia* (SR) en la resolución de problemas de cinemática, expuesta desde Heráclito rescatando esta nota en Dickson (1968/1975) diciendo: “Heráclito fue el primero en formular un principio reconocible de la relatividad: “Arriba y abajo son una sola y misma cosa.”” (p. 41) También en Bruno, (1584/1991), se visualiza la necesidad de un sistema de referencia, cuando: “asume la idea de un universo infinito, en el cual no existe un centro absoluto... no hay arriba o abajo, derecha o izquierda, sino sólo posiciones relativas al observador” p.17).

La importancia del eje de referencia también es rescatada en la introducción de Solís introductor a *Galileo Galilei* (1632/1981)] comenta: “Los primeros pasos en esta dirección habían sido dados por G. Bruno... El movimiento no es ya un proceso entre dos lugares determinados cosmológicamente con respecto a unas coordenadas absolutas...” (p. 25). Respecto al movimiento y el reposo, encontramos el aporte a nuestro parecer necesario de Kant (1758/1992), usando también un barco para dar su ejemplo, al igual que Bruno y Galileo, aunque no en el mismo contexto, concluyendo de la siguiente manera cuando se habla de reposo y movimiento: No los debo emplear nunca en sentido absoluto, sino siempre en sentido relativo. Nunca debo decir: un cuerpo está en reposo, sin añadir en relación a qué cosa está en reposo. Y jamás debo hablar de que se mueve, sin nombrar, al mismo tiempo, los objetos respecto a los cuales él cambia su relación. (p. 101).

2.1 La aceptación negada de Bruno, por Galileo

Algunos escritos mencionados en seguida muestran los vínculos de la relación que pudo existir entre Bruno y Galileo. Es el Cardenal Roberto Belarmino quién sentencia a la hoguera a Giordano, y San Belarmino quien juzga a Galileo. Autores como Mondolfo (1980) comenta del Nolano "...los que lo fascinaron de manera particular, entre los antiguos, Heráclito, Parménides, Demócrito, Lucrecio y Plotino; entre los modernos la tríada recordada por él mismo, del omnisciente Lulio, el magnánimo Copérnico y el divino Cusano" (p. 39). Con respecto a Galilei menciona: "De Bruno también y de los antiguos pitagóricos y atomistas vienen a éste sugerencias acerca de la concepción de lo infinito y lo mínimo" (p. 145). Estamos acostumbrados a decir expresiones de acuerdo con lo que nuestros sentidos perciben o a lo inculcado en nuestra infancia, sin reparar en si es correcto o no. Mostramos el ejemplo mencionado por Bruno, (1584/1972), cuando el sabio dijo: “Sale y se pone el sol, gira por el Mediodía, y se inclina hacia el Aquilón”, si hubiese dicho: la tierra gira hacia el Oriente y deja atrás al sol, que se pone, se inclina a los dos Trópicos, el de Cáncer hacia el Austro, y el de Capricornio hacia Aquilón, quienes lo escucharan se habrían detenido a considerar: ¿Cómo, éste dice que la tierra se mueve? ¿Qué cuentos son éstos? (p. 169)

Al respecto también Sagan (1992) comenta: "...una especie de egocentrismo en la vida diaria continúa vivo entre nosotros: todavía decimos que el Sol "se levanta" y que el Sol "se pone". Han pasado 2200 años desde Aristarco y nuestro lenguaje todavía pretende que la Tierra no gira" (p. 188). Por otra parte, Yates, (1964/1983) muestra, la nota que a manera de conclusión al final del capítulo XIX, expone como sigue: "...no deja de ser curioso observar la enorme similitud existente, en cuanto a su forma literaria, entre el Dialogo dei due massimi sistemi del mondo y la Cena de le ceneri. (p. 410). Lo más curioso a nuestro parecer, no es únicamente la similitud en los diálogos, personajes y lugares mencionados por esta autora, sino también el ejemplo usado por Bruno sobre un barco en movimiento para explicar su idea sobre el principio de la relatividad misma que se le ha adjudicado a Galileo, Hacyan (2003) denominándola: "*La relatividad de Galileo*" (p. 11).

En un escrito sobre el desarrollo histórico de concepto de inercia, Álvarez (2002) al referirse a Galileo comenta: "Además como buen copernicano, convencido del movimiento terrestre, intenta dar argumentos a favor de este último con su famoso experimento de la bala cayendo a lo largo del mástil de un barco en movimiento..." (p. 10). No somos los únicos que compartimos esta idea, los autores De Angelis y Espírito (2015) expusieron este hecho, reportando claramente la similitud existente entre los ejemplos descritos por Bruno y Galileo, respecto al ejemplo usado "un barco en movimiento" con ligeras modificaciones quizá, una vez comprendida dicha situación, reclamando al mismo tiempo el silencio de Galileo sobre Bruno.

Considera que debe retomarse la historia al tratar la nueva astronomía por ejemplo "desde concepciones geocéntricas hacia las heliocéntricas y en su desarrollo técnico de Copérnico a Newton, amén de la nueva física en su continua tendencia hacia la matematización de la naturaleza..." (p. 7). Pero ¿cómo matematizar el movimiento, cuando aún no se comprende, por ejemplo, el principio de relatividad? Se encuentra expuesto desde Bruno, a nuestro parecer con claridad. Destacamos la defensa de su pensamiento hacia Bruno diciendo: "...fue Bruno quien nos ha presentado por vez primera el esquema o boceto de la cosmología dominante durante los dos últimos siglos..." (p. 40). Este autor considera que el aporte de Bruno podría considerarse: "un caso -bastante raro- en el que la filosofía se adelantó a la ciencia", cuando afirma que: "Sólo Bruno -que no era astrónomo ni físico- pudo dar el paso decisivo". Se refiere a quitar de una vez por todas el lugar privilegiado de la Tierra como centro del Universo, haciendo hincapié en que, "Galileo no traspasó el límite" (p. 68). Con relación a la intuición, encontramos algunos aportes de Kant (1781/1998) al opinar respecto a lo realizado por Copérnico como sigue: "Éste, viendo que no conseguía explicar los movimientos celestes si aceptaba que todo el ejército de estrellas giraba alrededor del espectador, probó si no obtendría mejores resultados haciendo girar al espectador y dejando a las estrellas en reposo." (p. 20).

3. Objetivos

- Rescatar los aportes del Nolano como fuente de progreso en la comprensión del Principio de Relatividad.
- Resaltar la importancia que tiene el Sistema de Referencia al resolver problemas de cinemática, causas de la existencia de valores negativos en velocidad, aceleración, tiempo y signo del valor de la gravedad. (Mochón, 1997, p. 69)
- Descubrir los Modelos Mentales surgidos en estudiantes de segundo de secundaria y NMS al dar respuesta a nuestro problema matematizado y no matematizado de la situación histórica planteada.

4. Marco teórico

Nos apoyaremos en la teoría aportada por Greca et al, (2002) respecto a los Modelos Conceptuales (MC) y Modelos Mentales (MM) descritos más adelante. Usaremos los MM para nuestra investigación en la enseñanza de la matemática y las ciencias, particularmente buscando reivindicar el aporte al principio de relatividad de Giordano Bruno anticipándose a lo realizado por Galileo. Durante el desarrollo de la presente investigación, dejaremos evidencia sobre nuestra idea aquí expuesta. Seguiremos la recomendación del autor al considerar necesario el desarrollo de técnicas de investigación apropiadas, en busca de comprender los modelos mentales confusos, “desordenados”, incompletos, inestables, que los estudiantes tienen realmente. (p. 46)

Los Modelos conceptuales, son “Aquellos inventados por los profesores, investigadores, ingenieros, arquitectos, para facilitar la comprensión o la enseñanza de sistemas físicos o estados de cosas físicas. Se proyectan como herramientas para la comprensión o para la enseñanza de sistemas físicos” (p. 45)

Los Modelos Mentales “Son modelos que las personas construyen para representar estados físicos. No requieren ser técnicamente precisos, sino que deben ser funcionales. Evolucionan naturalmente. Están limitados por factores tales como conocimiento, experiencia previa y la propia estructura del sistema de procesamiento de información del ser humano” (p. 46). Coincidimos con la idea de que los cambios conceptuales, no son una sustitución, sobre una concepción en la mente del alumno al utilizar estrategias de enseñanza adecuadas, sino una evolución conceptual, es decir, una evolución de concepciones. El nivel educativo que el estudiante curse no será la condicional única en el cambio conceptual esperado, sino, el reconocimiento propio sobre su evolución, dado quizá por un modelo mental intermedio (MMI) superado, convirtiéndose así en su nuevo modelo mental, más cercano quizá al modelo conceptual establecido.

5. Metodología

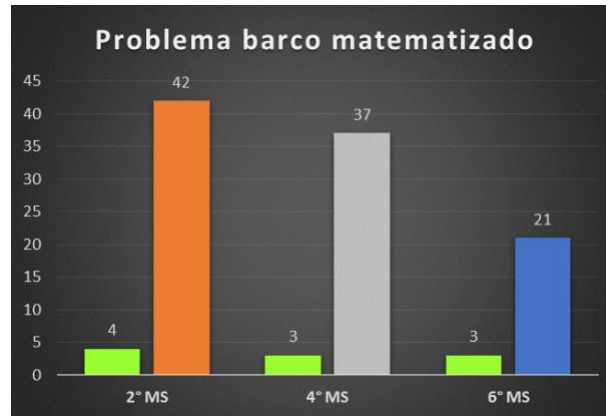
Descubrir si los alumnos de NMS al resolver el problema Bruniano descubren el PR inmerso. Se decidió realizar la aplicación del problema pero matematizado, a 110 estudiantes de NMS en un plantel ubicado en la zona oriente de la CDMX. Siendo estos alumnos 46 de segundo, 40 de cuarto y 24 sexto semestre respectivamente, en donde aún se estudia la Física en al menos dos semestres, Física I y Física II obligatorias.

A continuación, se enuncia el problema aplicado:

- 1.-** Un barco se desplaza con rumbo fijo, a una velocidad constante de 37 km/h. De una altura de 30 metros, un hombre que se encuentra en el mástil mayor (poste más alto del barco) sostiene una bola de billar separándola a un metro de distancia con respecto al mástil y la deja caer. **a.** ¿En qué tiempo y a qué distancia, caerá la bola de billar con respecto al mástil al hacer contacto con la cubierta del barco (suelo de madera o metal perpendicular al mástil) si éste, no deja de avanzar? **b.** Describe la trayectoria de la bola de billar respecto al mástil, considerando que te encuentras dentro barco en movimiento, sobre la cubierta donde es posible que puedas observar la caída de la bola de billar. **c.** Ahora, describe la trayectoria de la bola de billar respecto al mástil, si miras desde una balsa (embarcación pequeña) en reposo, cuando el barco pasa a una distancia en la que puedes observar la situación descrita. (Matías, 2019, p. 64)

6. Análisis de resultados

El enfoque para el análisis de las repuestas a esta situación física, fue descubrir si los estudiantes de NMS reconocen el PR inmerso en ella con o sin el uso de fórmulas. Se podrían mostrar las confusiones, diferencias y particularidades durante el uso y aplicación de fórmulas para dar cuenta de los hechos, sin embargo, la comprensión de este problema de forma cualitativa, se antepone al desarrollo matemático, pues éste, no permitió comprender el fenómeno físico involucrado. La gráfica 1, muestra los resultados obtenidos por estudiantes en los semestres cursados, los reportados en las barras de color verde manifiestan aquellos que SÍ comprendieron el PR, las barras en color naranja, gris y azul son los alumnos de 2°, 4° y 6° semestre respectivamente, que NO lograron describir el PR involucrado en el problema propuesto.



Gráfica 1. Respuestas del problema matematizado en NMS.

Los resultados encontrados en secundaria, manifestaron la necesidad de probar la matematización del problema y aplicarlo con alumnos de NMS esperando encontrar una mayor comprensión de la situación física involucrada, el Principio de Relatividad. Exponemos los MM del problema no matematizado con alumnos de segundo grado de secundaria semejantes a los encontrados con los estudiantes de NMS con el problema matematizado.

“Imagina un barco que se desplaza a velocidad constante, desde el mástil más grande (el poste más alto del barco) se deja caer una piedra. ¿Crees que la piedra caerá justo en la base del mástil donde se dejó caer?” (Bruno, 1584/1972, p. 161).

“MM. No, porque mientras cae sobre el aire, el barco se mueve y la piedra no cae en el mismo lugar” (Matías, 2019, p. 98)



Figura 3. Imagen recuperada de (Matías, 2019, p. 98)

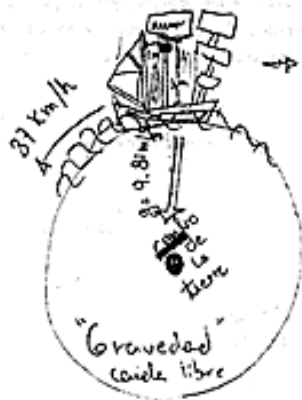


Figura 4. Imagen recuperada de (Matías, 2019, pag. 99)
 Respuesta similar a la expuesta en el trabajo de (De Hosson, 2011, p. 121).

A continuación, se describen las respuestas de uno de los sujetos de estudio de caso, la razón por la cual se eligió al sujeto mencionado fue por su forma particular de responder dicha situación problemática, distinta al resto de los participantes, reportado en (Matías, 2019, p. 118).

- En el problema del barco matematizado, el alumno comprende el principio de relatividad durante su resolución y también en el desarrollo de la entrevista videograbada.
- Para dar respuesta al inciso “a”, comete errores al manipular las unidades físicas, por ejemplo, para el cálculo del tiempo de caída coloca unidades de aceleración, aunque el valor numérico es correcto. Durante los diálogos el alumno reconoce su error mencionando las unidades correctas.

△: *Si está el barco con una velocidad constante podemos decir que la distancia a la que está la bola de bronce del mástil (1 metro), no cambiará al momento en que llegue al suelo, lo único que varía es el tiempo en que tarda en llegar al suelo o cubierta.*



→ Si tomamos como centro del barco el mástil y aquí es lanzada la bola, la caída sea paralela todo el tiempo al mástil ya que comparten el centro del barco el mástil y la tierra.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad v_f^2 &= (0)^2 + 2(9.81)(30) \\ v_f^2 &= 0 + 588.6 \\ v_f^2 &= 588.6 \Rightarrow \sqrt{588.6} \\ v_f &= 24.26 \text{ "Km/h"} \end{aligned}$$

1, 2, 3 y 4
 valores estando en reposo.

$$\textcircled{2} \quad t = \frac{24.26 - 0}{9.81}$$

$$t = 2.47 \text{ // m/s}$$

Figura 5. Imagen recuperada de (Matías, 2019, p. 214-215)

- Realiza cálculos innecesarios, usando fórmulas para encontrar la distancia y/o altura de la caída, cuando esta es indicada como parte de los datos del problema. Concluyendo que la distancia de la bola de billar respecto al mástil no cambiará al momento de llegar al suelo.

$$\textcircled{3} d = \frac{1}{2} g t^2$$

$$d = \frac{(9.81)(2.47)^2}{2}$$

$$d = \frac{(9.81)(6.11)}{2}$$

$$d = \frac{59.9391}{2}$$

$$d = 29.96955 \text{ m}$$

$$\textcircled{1} h = (0)^2 + \frac{(9.81)(2.47)^2}{2}$$

$$h = 0 + \frac{(9.81)(6.11)}{2}$$

$$h = 0 + \frac{59.9391}{2}$$

$$h = \frac{59.9391}{2} = 29.96955 //$$

Figura 6. Imagen recuperada de (Matías, 2019, p. p. 214-215)

- Al dar repuesta al inciso “b”, manifiesta que, si se encuentra dentro del barco observará el trayecto recto de la bola de billar, paralelo al mástil. Pero piensa que la velocidad constante del barco provocaría en la trayectoria de caída de la bola de billar una pequeña curva, pero conservará el metro de distancia al llegar al suelo [cubierta del barco].

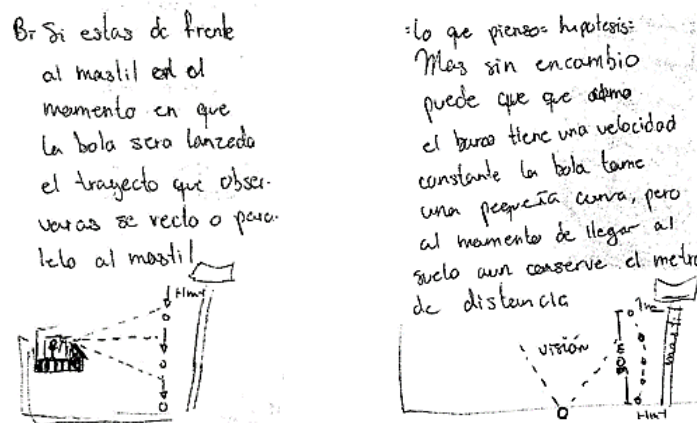


Figura 7. Imagen recuperada de (Matías, 2019, p. p. 214-215)

- Respecto al inciso “c”, concluye que pasaría lo mismo que describió en el inciso “b”.

C: Creo que pasaría lo mismo que describí en la primera parte del inciso "b".

Figura 8. Imagen recuperada de (Matías, 2019, p. p. 214-215)

7. Conclusiones.

- En general, se manifiesta la necesidad de implementar este tipo de problemas Brunianos, pues permitirían despertar el interés en la comprensión cualitativa de la situación, buscando evitar el uso indiscriminado de fórmulas físicas, quizá sin sentido para los estudiantes. Y en caso de usarlas, se haga una vez comprendida la situación física involucrada, estableciendo el Sistema de Referencia para resolver y dar sentido a los resultados encontrados.
- Se sugiere denominar el aporte de Giordano como el Principio de Relatividad Bruniano, o en su defecto Principio de Relatividad Renacentista y NO como se le conoce hasta ahora.

9. Referencias

- Alemañ, R. A. y Pérez, J. F. (2001) Una nueva propuesta didáctica para la enseñanza de la relatividad en el bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 19 (2), pp. 335-343.
- Álvarez, J. L. (2002). El principio de la inercia. *Revista Ciencias*, 67, pp. 4-15.
- Matías, F. (2013). *Resolución de problemas de cinemática por alumnos de secundaria*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa, CINVESTAV, México.
- Matías, F. (2019). *La reivindicación del “Nolano” Giordano Bruno: Porque no basta con matematizar el movimiento*. Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa, CINVESTAV, México.
- Bruno, G. (1972). *La cena de las cenizas* (Trad. E. Schettino). Dirección General de Publicaciones.
- Bruno, G. (1991). *La expulsión de la bestia triunfante* (Trad. E. Schettino). Dirección General de Publicaciones del Consejo Nacional Para La Cultura Y Las Artes (CONACULTA), México.
- Campanella, T. (2006). *Apología de Galileo* (Trad. N. Tudisco). El cuenco de plata, 1ra. Edición. Buenos Aires, Argentina.
- Chamizo, J.A., Tonda, J., Trigueros, M. y Waldegg, G. (2001). *Libro para el Maestro Física*. Tercera edición revisada. SEP. México.
- De Angelis, A., & Espirito, C. (2015). The contribution of Giordano Bruno to the principle of relativity. *Journal of Astronomical History and Heritage*, 18 (3), 241–248.
<https://arxiv.org/pdf/1504.01604.pdf>
- De Hosson, C. (2011). Una controversia histórica al servicio de una situación de aprendizaje: Una reconstrucción didáctica basada en diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo de galileo. *Enseñanza de la Ciencias*. 29 (1), pp. 115-126.
<https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/243827/353430>
- Driver, R., Squires, A., Rushworth, P. & Wood-Robinson, V. (2000). *Dando sentido a la ciencia en secundaria investigaciones sobre las ideas de los niños* (Trad. M. J. Pozo) SEP. Primera Edición en la Biblioteca para la Actualización del Maestro. (pp. 199-213).
- Dickson, F. P. (1975). *La bóveda de la noche* (Trad. J. J. Utrilla). Fondo de Cultura Económica. Primera edición en español. México.
- Elena, A. (1983). *Nicolas Copernico, Thomas Digges, Galileo Galilei*, El libro de Bolsillo. Alianza Editorial Mexicana.
- Galilei, G. (1981). *Galileo Galilei consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias* (Trad. J. Sadaba). Editora Nacional. Madrid, España.
- Greca, I.M., Moreira, M.A. y Rodríguez, M.L. (2002). Modelos mentales y modelos conceptuales en la enseñanza/aprendizaje de las ciencias. *Educación en Ciencias*, 2, (3), pp. 37-57.
<https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4134/2699>
- Hacyan, S. (2003). *Relatividad para principiantes*, (1ra. Reimp) Fondo de Cultura Económica.

- Kant, I. (1992). *Del movimiento y el reposo* (Trad. A. Dominguez). (pp. 97-113). Ed. cast.: Alianza Editorial, S.A., Madrid.
- Kant, I. (1998). *Crítica de la razón pura* (Trad. P. Rivas). Grupo Santillana de Ediciones, S. A. España.
- Mendoza, C. (1987). Los antecedentes especulativos de la matematización de la realidad en Giordano Bruno. *Revista Ciencias Exactas, Naturales y Aplicadas elementos*, 11, (2), pp. 45-56.
- Mochón, S. (1997). ¿Qué signo tiene realmente la “g”? el significado y la enseñanza del signo negativo en la física. *Educación Matemática*, 9, (3), pp. 64-76.
<http://funes.uniandes.edu.co/10125/1/Significa1997Mochon.pdf>
- Mondolfo, R. (1980). *Figuras e ideas de la filosofía del Renacimiento*. Barcelona. ICARIA EDITORIAL.
- Olázar y Arenas (2015). *Giordano Bruno*. Primera edición. Ediciones Isthara Luna-Sol. España.
- Peduzzi, L.O.Q. y Zylbersztajn, A. (1997). La física de la fuerza impresa y sus implicaciones para la enseñanza de la mecánica. *Enseñanza de las Ciencias*, 15, (3), pp. 351-359.
- Pérez, H. y Solbes, J. (2003). Algunos problemas en la enseñanza de la relatividad. *Enseñanza de las Ciencias*. 21 (1), pp. 135-146. <http://hdl.handle.net/10550/36272>
- Pérez, H. y Solbes, J. (2006). Una propuesta sobre enseñanza de la relatividad en el bachillerato como motivación para el aprendizaje de la física. *Enseñanza de las Ciencias*, 24 (2), pp. 269-284.
<https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/75831/96335>
- Sanmarti, N. y Casadella, J. (1987). Semejanzas y diferencias entre las concepciones infantiles y la evolución histórica de las ciencias: El ejemplo del concepto de fuerza y especialmente del de fuerza de gravedad. *Enseñanza de las Ciencias*, 5, (1), pp. 53-58.
- SEP. 2006 *Programas de estudio. Ciencias*. Primera Edición. SEP México D.F.
- SEP. 2011, *Programas de estudio. Guía para el maestro*. Educación Básica Secundaria. SEP México, D.F.
- SEP. 2017 *Aprendizajes Clave para la educación integral. Plan y Programas para la educación Básica*. Primera edición. México.
- SEP. 2017 *Aprendizajes Clave para la educación integral. Plan y Programas para la educación Básica. Ciencias y Tecnología. Educación secundaria*. Primera edición. México.
- Vizcaino Arévalo, D. F. y Terrazzan E. A. (2015). Diferencias trascendentales entre matematización de la física y matematización para la enseñanza de la física. *Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnología- Tecné, Episteme y Didaxis*, (38), 95- 111. <https://doi.org/10.17227/01203916.3789>