

# Diseño de una aplicación móvil colaborativa para reforzar el aprendizaje de binomios con término común para alumnos de educación secundaria

Tomás Jiménez-Luna, René G. Cruz-Flores, Magally Martínez-Reyes

Universidad Autónoma de Estado de México, Centro Universitario UAEM Valle de Chalco

tomasjluna@gmail.com, [rgcruzf@uaemex.mx](mailto:rgcruzf@uaemex.mx), [mmartinezr@uaemex.mx](mailto:mmartinezr@uaemex.mx)



*Fecha de Recepción: 03 de febrero 2020*

*Fecha de Aceptación: 08 de mayo 2020*

*EL CÁLCULO Y SU ENSEÑANZA*

Volumen 14. Enero - Junio 2020.

Cinvestav-IPN © Ciudad de México. ISSN 2007-4107 P.p. 30-46

**Resumen:** Uno de los problemas de la enseñanza de binomios con término común en México, es la falta de aplicación de métodos didácticos que permitan a los alumnos relacionar los temas con la realidad, quedándose muchas veces en lo abstracto. A partir de la postura de la educación matemática realista, en este trabajo se propone la creación de una aplicación móvil (app) que permite a los estudiantes relacionar de una manera visual y espacial, el valor de una incógnita con una longitud concreta, lo cual potencializa la extrapolación de operaciones aritméticas elementales a operaciones algebraicas básicas, como la multiplicación de binomios con término común. Conforme a la ingeniería de software educativo, se selecciona una metodología de desarrollo ágil, considerando para el alcance de este trabajo las tres primeras etapas (análisis, diseño y desarrollo). Se detallan las características de los módulos de la app y el diseño de la actividad educativa denominada “Producto de binomios”. Como parte del diseño de la app se considera la importancia del aprendizaje activo y colaborativo mediante la instrumentación del modelo didáctico CUVIMA y un modelo de comunicación computacional.

**Palabras clave:** Aplicación móvil, binomios con término común, aprendizaje colaborativo, bloques aritméticos multibase.

**Abstract:** One of the problems of the teaching of binomials with common terms in Mexico, is the lack of application of didactic methods that allow students to relate the subjects to reality, often remaining in the abstract. From the theory of realistic mathematical education, this work proposes the creation of a mobile application (app) that allows students to relate in a visual and spatial way, the value of an unknown with a specific length, which enhances the extrapolation of elementary arithmetic operations to basic algebraic operations, such as the multiplication of binomials with a common term. Then according to the educational software engineering, an agile software development methodology is selected, considering for the scope of this work the first three stages (analysis, design and development). Then the characteristics of the modules of the app and the design of the educational activity called "Product of binomials" are detailed. As part of the design of the app, the importance of active and collaborative learning is considered through the instrumentation of the CUVIMA educational model and a computational communication model.

**Key words:** Mobile application, common term binomials, collaborative learning, multibase arithmetic blocks.

## 1. Introducción

En México han sido identificadas deficiencias en el aprendizaje de matemáticas desde las primeras etapas educativas, desde preescolar hasta secundaria, INEE (2017). En este sentido Backhoff, Andrade, Peón, Sánchez y Bouzas (2006) reportan que el 17% de los estudiantes de sexto de primaria no logra adquirir habilidades como leer, ordenar y comparar números naturales y resolver problemas sencillos que implican estos números. Además, algunas investigaciones han señalado dificultades de los niños en el tránsito desde la aritmética hasta el álgebra en la escuela secundaria (Lacasta, Madoz y Wilhelmi, 2006; Kieran, 2007; Filloy, Puig y Rojano, 2008). También, Godino, Aké, Gonzato, y Wilhelmi (2012), opinan que el álgebra aparece de manera abrupta en secundaria, sin continuidad con los temas de aritmética, medida y geometría tratados en primaria, por lo que en su trabajo proponen niveles primarios de algebrización, con el objetivo de facilitar el diseño de actividades instruccionales que favorezcan el surgimiento y consolidación progresivos del razonamiento algebraico.

Como muestra de las deficiencias encontradas en el nivel secundaria, en la prueba PISA 2015 México se ubicó en lugar 58 de 70 en el área de matemáticas, con una calificación promedio de 408 puntos, en una escala de 0 a 1,000 (OCDE, 2016); muy por debajo de las naciones que encabezan en el ranking, como Singapur (564 puntos), Hong Kong (548) y Japón (532). Para efectuar la evaluación en el área de matemáticas se han establecido seis niveles de competencia tanto en la escala combinada, como en las sub-escalas que se refieren a los componentes tales como cantidad, espacio y forma entre otros. Actualmente México se ubica en el nivel uno, y para alcanzar el nivel dos, es necesario que los estudiantes puedan emplear algoritmos, fórmulas, convenciones o procedimientos básicos, así como ser capaces de hacer interpretaciones literales de los resultados.

Entre los procedimientos algebraicos básicos, que se incluyen en el plan de estudios de los alumnos de secundaria, se encuentran los productos notables, por lo que resulta importante buscar alternativas didácticas, que permitan mejorar la comprensión de este y otros conceptos algebraicos básicos impartidos, para plantear soluciones relacionadas a la vida cotidiana. Respecto a este tema, Martos (2013) analiza la importancia del aprendizaje de los productos notables en alumnos de nivel básico para completar tareas como: simplificación de expresiones algebraicas, factorización, y la resolución de ecuaciones de segundo grado, entre otras.

El presente trabajo centra la atención particularmente la resolución de binomios con término común, como una herramienta matemática para todo estudiante que se encuentra en educación básica. En la medida en que los conceptos matemáticos son entendidos, es más fácil para el estudiante ponerlas en práctica en la realidad.

Esta preocupación es abordada por la teoría de educación matemática realista, que de acuerdo con Freudenthal (1991), se fundamenta en seis principios, y de los cuales en este trabajo se enfatiza principalmente en los principios de realidad, niveles y de interacción (como se describe en la tabla 1), a partir de las cuales se han establecido algunas características para la app descrita en el presente trabajo.

<b>Principio</b>	<b>¿Qué es?</b>	<b>¿Cómo puede trabajarse?</b>	<b>¿Cómo se implementa en la app?</b>
De la realidad	Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en contextos reales. Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana y situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.	El contexto de los problemas que se presentan a los alumnos puede ser el mundo real, pero esto no es necesariamente siempre así. Es necesario que progresivamente se desprendan de la vida cotidiana para adquirir un carácter más general, o sea, para transformarse en modelos matemáticos.	A través de la manipulación de bloques dentro del contexto de los ejercicios propuestos por la aplicación móvil, en sustitución de bloques físicos.
De niveles	Los estudiantes pasan por diferentes niveles de comprensión: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Situacional: en el contexto de la situación.</li> <li>- Referencial: esquematización a través de modelos, descripciones, etc.</li> <li>- General: exploración, reflexión y generalización.</li> <li>- Formal: Procedimientos estándares y notación convencional.</li> </ul>	Esquematización progresiva (profesor) y reinversión guiada (aprendiz): las situaciones de la vida cotidiana son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.	A través de dos niveles de complejidad dentro del contexto de la aplicación, que le permiten al estudiante iniciar con ejercicios sencillos y con validaciones que lo guían y le impiden hacer acomodos incorrectos, para posteriormente presentarle ejercicios que requieren mayor número de movimientos y donde la aplicación ya no ofrece algún tipo de ayuda que le facilite la resolución del ejercicio.
De interacción	La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y los profesores puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.	La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como una plataforma para alcanzar los formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar.	A través de la formación de equipos de trabajo de tres integrantes cada uno, quienes participan de la actividad educativa desde su propio dispositivo, desempeñando un rol de juego en una sesión síncrona de trabajo. De esta manera, los integrantes suman esfuerzos individuales y puedes intercambiar ideas y puntos de vista, a fin de concretar la actividad más fácilmente.

Tabla 1: Principios de teoría de educación matemática realista implementados en la app. Elaboración propia.

Diseño de una aplicación móvil colaborativa para reforzar el aprendizaje de binomios con término común para alumnos de educación secundaria

En relación con la interacción conocimiento-realidad, Castillo (2008) afirma que el saber lo elabora el aprendiz mediante acciones que hace sobre la realidad; por su parte Coll (1997) menciona que la realidad existe en tanto existe una construcción mental interna interpretativa del aprendiz; es decir, aquello que el alumno recibe del profesor sin que internamente exista un proceso de asimilación respecto a la realidad no representa aprendizaje en el sentido estricto de la palabra. Por su parte Cuevas y Pluvinage (2003) enfatizan la importancia de la acción que el estudiante debe realizar sobre el objeto matemático que representa un concepto matemático, para ser participe en la construcción de su conocimiento.

Los métodos de enseñanza y aprendizaje han sufrido importantes transformaciones, por ejemplo a través de la creación de ambientes de aprendizaje o aplicaciones móviles donde la matemática se perciba como una ciencia experimental, pero además, donde puedan promoverse diversas representaciones de los conceptos matemáticos (Zaldivar, Londoño y Medina, 2017; Cuevas, Villamizar, y Martínez, 2017).

En el sentido didáctico, para el caso particular de la enseñanza de la resolución de binomios con término común, existen algunas opciones diferentes al procedimiento algorítmico tradicional, por ejemplo, el modelo de área propuesto por Zoltán Dienes y Jerome Bruner (Covas y Bressan, 2011), cuyas principales características y diferencias mutuas, se muestran en la tabla 2. El modelo de área incluye materiales y juegos variados, cuyo objetivo es enseñar estructuras matemáticas a niños de educación básica de entre 5 y 13 años, apoyados con el uso de materiales concretos especialmente diseñados, entre los que se encuentran los bloques aritméticos multibase (BAM o bloques Dienes) constituidos por cubos de lado 1, regletas de la forma 1 por  $x$  ( $x$  toma un valor conocido) y placas cuadradas y cubos de lado  $x$  (ver tabla 2).

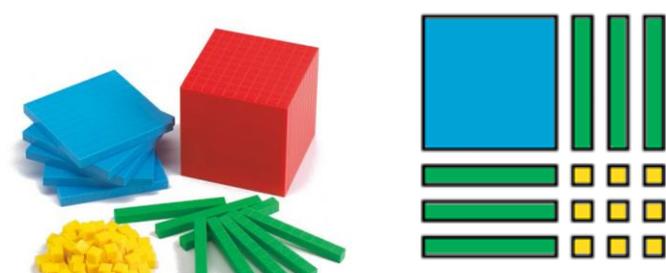
Algoritmo tradicional	Uso de bloques aritméticos multibase
<p>El producto de dos binomios con un término común es un trinomio formado de la siguiente manera:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El primer término es el cuadrado del término común</li> <li>• Su segundo término es el producto de la suma de los términos no comunes por el término común.</li> <li>• El tercer término es el producto de los términos no comunes.</li> </ul> <p>La identidad se resume de esta manera:</p> $(ax+b)(ax+c)=(ax)^2 + ax(b+c) + bc$	 <p style="text-align: center;"> <math>x^2+6x+9</math>  <math>(x+3)(x+3)</math> </p>

Tabla 2: Algoritmo tradicional de producto de binomios y su representación con BAM.

Inicialmente el modelo de área fue utilizado para explorar ideas lógicas, propiedades de los sistemas de numeración posicionales; sin embargo, Covas et al. (2011) presentan un uso para la enseñanza del álgebra, interpretándose  $x$  como una variable, permitiendo así una representación

de expresiones cuadráticas, y la representación del proceso de factorización de estas y viceversa, tal como se aprecia en la figura 1.

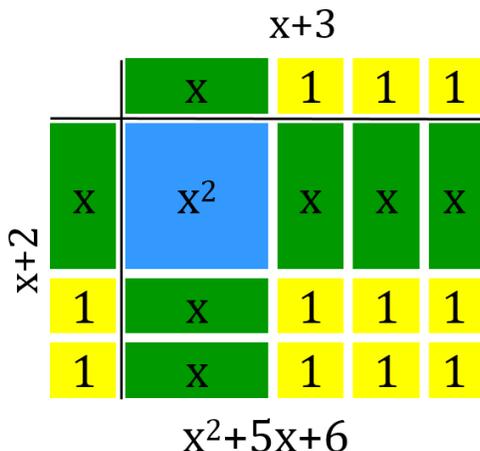


Figura 1: Representación del principio de factorización de una ecuación de segundo grado. Elaboración propia.

De manera similar al desarrollo de diversos métodos de enseñanza de las matemáticas, en busca de alternativas didácticas que le faciliten al alumno la comprensión de conceptos abstractos, es importante señalar el impacto que ha tenido el desarrollo de nuevas tecnologías utilizadas cada vez con mayor frecuencia en las aulas de clase. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se enfrentan cada vez más al surgimiento de tecnologías móviles, las cuales se integran con mayor frecuencia el aula (Villarreal, 2012).

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son todos aquellos recursos, herramientas y programas que se utilizan para procesar, administrar y compartir la información mediante diversos soportes tecnológicos, tales como: computadoras, teléfonos móviles, televisores, reproductores portátiles de audio y video o consolas de juego (UNAM, 2013). Como afirma Sánchez (2004) mediante un uso adecuado de las TIC es posible analizar un tópico desde diversos puntos de vista, logrando conectar e integrar el conocimiento de una disciplina con el saber de otras disciplinas.

Castillo (2008) hace referencia a la importancia del uso de las TIC, debido a que enriquecen el proceso de enseñanza-aprendizaje e inciden en la cognición y procesos del pensamiento de los estudiantes, ya que pueden apoyar en sus indagaciones en varias áreas de las matemáticas como números, medida, geometría, estadística y álgebra. El uso de los dispositivos móviles para mejorar la experiencia de aprendizaje de los alumnos ha sido presentado en diversos casos de estudio, con la intención de conocer los beneficios de su uso. El gran desafío para maestros e investigadores es explorar cómo las tecnologías móviles pueden usarse para apoyar el proceso de aprendizaje, aprovechando algunas de sus características tales como portabilidad, conectividad e interacción social. Drigas y Pappas (2015) indican que en años recientes se han desarrollado aplicaciones móviles para apoyar la enseñanza en álgebra, geometría, análisis matemático y estadística, entre otras áreas de las matemáticas, las cuales permiten practicar habilidades numéricas, y realizar tareas de medición. La mayoría de estas aplicaciones presentan tutoriales,

## Diseño de una aplicación móvil colaborativa para reforzar el aprendizaje de binomios con término común para alumnos de educación secundaria

ejercicios, ejemplos e incluso algunos juegos que permiten fortalecer los conocimientos matemáticos adquiridos en clase.

Entre los trabajos relacionados a gráficas y funciones, se encuentran casos como el de Baya'a y Daher (2009), quienes realizaron un experimento en una escuela secundaria árabe en Umelfahn, Israel, en el que participaron 32 estudiantes de octavo grado con sus propios móviles, realizando actividades al aire libre para estudiar conceptos matemáticos a través la exploración y la investigación utilizaron midlets algebraicos desde el sitio del Institute for Alternatives in Education, en el que consultaron los gráficos de varias plantillas de funciones lineales. Dicho estudio concluyó que un entorno de aprendizaje matemático utilizando teléfonos móviles permite el aprendizaje independiente y colaborativo en situaciones auténticas de la vida real, ya que involucra a los estudiantes en diversas acciones matemáticas y hace que el aprendizaje de las matemáticas sea más fácil y rápido.

Respecto al área de la aritmética, Diah, Ehsan e Ismail (2010) desarrollaron un juego educativo móvil para educación primaria llamado MathRush, el cual fue diseñado para apoyar el aprendizaje de las matemáticas fuera del aula. Su marco está constituido de cuatro partes: teorías de aprendizaje, enfoque de aprendizaje móvil, enfoque de desarrollo de juegos y medio de aprendizaje y educación. Además incluye entre sus criterios objetivos, reglas, competencia, desafío, fantasía y entretenimiento.

En el área del álgebra, Roberts y Vänskä (2011) realizan el proyecto Nokia Mobile Learning for Mathematics, a través del cual participan 3000 alumnos de décimo grado en Sudáfrica, haciendo uso de la tecnología móvil para apoyar el aprendizaje de las matemáticas en 30 escuelas secundarias públicas. Los estudiantes y profesores tuvieron acceso a materiales interactivos de aprendizaje de matemáticas a través de una plataforma móvil con soporte para redes sociales, trabajando con contenido teórico y también con una sección de preguntas provenientes de una base de datos de 10000 preguntas de varios tipos, como son opción múltiple, falso o verdadero, detectar el error y preguntas abiertas, categorizadas por tema y dificultad. Los resultados por un lado sugieren beneficios del uso de la red para las tareas de matemáticas de los adolescentes, y por el otro la necesidad de acceso de los estudiantes a los dispositivos móviles en todo el país. También Kalloo y Mohan (2012) presentaron una aplicación de aprendizaje móvil llamada "MobileMath", diseñada para mejorar el rendimiento en álgebra de estudiantes de secundaria. La aplicación, que requiere acceso a internet, ofrece lecciones, ejemplos, tutoriales, pruebas y juegos que ayudan a los usuarios a practicar ciertas habilidades matemáticas. Los resultados se evaluaron a través de cuestionarios, exámenes previos, pruebas posteriores y entrevistas, mostrando que la mayoría de los estudiantes disfrutaron las actividades de aprendizaje, especialmente los juegos, y pensaron que la aplicación les ayudó a mejorar su rendimiento en álgebra.

Los trabajos descritos anteriormente, entre muchos otros, han coincidido en la conveniencia de abordar temas del área de matemáticas a través del uso de dispositivos móviles, mediante los cuales los alumnos interactúan con diferentes tipos de contenidos, para posteriormente resolver una serie de actividades, principalmente en grupos de trabajo colaborativo, que les permiten ejercitar los temas repasados de manera conjunta, partiendo principalmente de problemáticas o aspectos de la vida real. Sin embargo, son diversos los enfoques que guían la manera en que es incorporado el uso de la tecnología dentro del aula de clases, mezclando de manera diferente los aspectos matemáticos, didácticos y tecnológicos dentro de un ambiente de aprendizaje propicio.

De entre algunos enfoques existentes para la incorporación del uso de la tecnología en el aula de clases, en el presente trabajo se ha optado por el enfoque del modelo CUVIMA, presentado por Cuevas et. al. (2017). Dicho trabajo enfatiza la importancia del uso de los modelos para describir matemáticamente fenómenos de la realidad, partiendo de las ideas previas de los propios estudiantes, las cuales pueden ser reestructuradas a partir de un proceso de cambio conceptual, y cuyo resultado modifica la interpretación del individuo. Con ello se motiva que el estudiante adquiera habilidades, valores y actitudes científicas como la curiosidad, la apertura a nuevas ideas y el escepticismo formal.

El modelo CUVIMA, a partir de la modelización propuesta por Touma (2009) que propone el modelado de fenómenos del mundo real utilizando procesos de interpretación inductiva y deductiva en combinación con registros de representación semiótica, se compone de cuatro marcos, que son (Cuevas, 2017): el marco de realidad de la física, marco de modelización del dispositivo móvil, marco de análisis conceptual de la física y marco de análisis conceptual matemático.

Para los fines del presente trabajo, se adopta parcialmente el modelo CUVIMA haciendo uso de tres de sus marcos que son: el marco de realidad física, el de modelización del dispositivo móvil y el de análisis conceptual matemático. Debido a que este trabajo solo aborda hasta la fase de diseño, se ejemplificará la propuesta en cada marco. La estructura mencionada se puede observar en la figura 2.

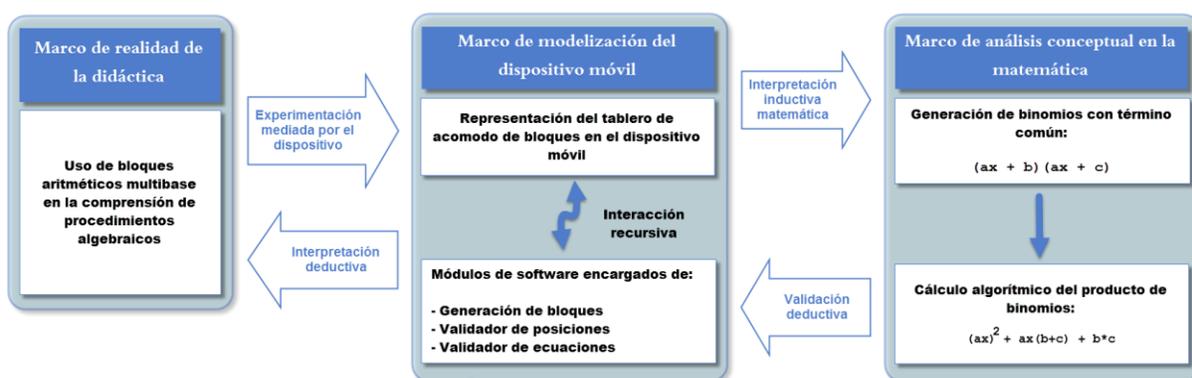


Figura 2 Modelo metodológico propuesto adaptado de Cuevas (2017).

El diseño de la app que se propone en el presente artículo conjuga aspectos matemáticos, tecnológicos y didácticos con el fin de ofrecer una herramienta sencilla en cuanto a la interacción con ella, pero suficientemente robusta para dar paso a la colaboración en equipos de estudiantes guiados por el profesor y permitir conocer el concepto de multiplicación de binomios con término común bajo una perspectiva poco aplicada en el aula de clases tradicional. Este tipo de app fue desarrollado en Cruz (2010) en lenguaje java, con la finalidad es apoyar a estudiantes de educación secundaria a reforzar el uso de binomios con término común mediante representaciones gráficas; sin embargo la caducidad de la tecnología la ha dejado en desuso.

De ahí la necesidad de proponer una app para dispositivos actuales que utilizan sistema operativo Android y al alcance de los estudiantes hoy en día, y que difícilmente podrán presentar esa caducidad.

## 2. Metodología de desarrollo de la aplicación

Este trabajo se encuentra aún en proceso, por tal motivo se presentan los avances correspondientes al análisis de requerimientos, el diseño y el desarrollo de la aplicación móvil, que corresponde a las tres primeras fases de la ingeniería de desarrollo de software educativo siguiendo las etapas básicas de las metodologías de desarrollo ágil, como se aprecia en la figura 3.



Figura 3: Etapas de metodología propuesta. Elaboración propia.

El diseño de la aplicación contempla que un grupo de estudiantes organizados en equipos de trabajo de tres integrantes cada uno, habiendo instalado la aplicación en sus móviles, resuelvan una serie de ejercicios simultáneamente, realizando por turnos algunas tareas específicas gestionadas por la app, en un ambiente de competencia donde resulta ganador el primer equipo que logra completar correctamente un conjunto de ejercicios; fomentando así un aprendizaje colaborativo como una manera de transmitir conocimientos matemáticos. Esta característica de la app debe contemplarse en las fases de desarrollo de la app, que se mencionan enseguida:

- 2.1. **Análisis de requerimientos:** Es una etapa exploratoria y de investigación documental a través de la cual se profundiza en la importancia de los productos notables en el plan de estudios de los alumnos de secundaria (Martos, 2013). Después se explora el uso de las TIC's y particularmente de las aplicaciones móviles para la enseñanza de las matemáticas (Cuevas et. al. 2017; Villareal, 2012), los productos notables y los binomios con término común en particular, para tener conocimiento de los trabajos reportados en la literatura acerca de ello y donde se hacen notar las ventajas del uso de los dispositivos móviles en alumnos de esta edad. Luego se determinan de los requisitos funcionales de la aplicación móvil a desarrollar, incluyendo la arquitectura y la funcionalidad de sus principales módulos (ver figura 3).

Se requiere de una actividad educativa donde se usará la aplicación móvil, a la cual denominaremos "Producto de binomios". Se busca que en equipos de tres estudiantes, de tercer grado de secundaria, asuman uno de los siguientes tres roles: elector, colocador y escritor. A continuación se describe las reglas necesarias:

- El Elector de pieza desplegará un bloque de tal manera que permita completar el área de un rectángulo imaginario cuyas dimensiones están dadas.
- El Rotador-Colocador elegirá el lugar donde dicha pieza deberá ser colocada, para ser seleccionada dicha pieza, esta deberá ser igual lado a lado de aquellas que ya están mostradas, dándole un giro de 90 grados si es necesario.
- El rol de Escritor solo se activará una vez que la representación geométrica de la expresión algebraica sea correcta.
- Al terminar un problema completo, los estudiantes tendrán que rotar sus celulares en el sentido de las manecillas del reloj.

A partir de estas reglas se determina la manera y el orden en que se lleva a cabo la interacción entre los participantes, identificando los siguientes procesos a considerar dentro de la aplicación:

- Inicio de sesión: El estudiante inicia la aplicación, ingresando algunos datos básicos para su identificación. La aplicación permite al usuario conectarse a través de wifi o bluetooth.
- Formación de equipos: La aplicación ayuda a asignar aleatoriamente a los diferentes participantes en equipos de trabajo de tres alumnos, si así se desea, existiendo además la posibilidad de formar equipos de trabajo libremente, de acuerdo al criterio del profesor.
- Inicio de actividad: La aplicación asigna en conjunto con los alumnos los roles a desempeñar por cada uno, los cuales tras concluir cada partida se rotaran entre los miembros con la finalidad de que cada alumno desempeñe una función diferente a la vez, hasta que todos los participantes hayan desempeñado cada uno de los tres roles descritos anteriormente.
- Desarrollo y conclusión de actividad: Los participantes realizan las diferentes actividades descritas en la app, interactuando por turnos con la aplicación. Es decir, cuando un participante ejecuta su rol, ninguna tarea es realizada por otro alumno, hasta que el primero concluye su labor y es evaluada por la aplicación como correcta. Cuando el equipo finaliza su tercera actividad, y todos han desempeñado los tres roles, se da por concluida.

2.2. **Fase de diseño:** Para el desarrollo de cualquier aplicación móvil, se requieren definir acciones concretas que serán asignadas a módulos que permitan una interacción con la aplicación, una forma de definir las interacciones es propuesta por Cruz (2010), a partir de la cual la aplicación móvil se construye mediante un modelo arquitectónico basado en tres módulos principales que describen en la figura 4:

Diseño de una aplicación móvil colaborativa para reforzar el aprendizaje de binomios con término común para alumnos de educación secundaria



Figura 4. Módulos de la aplicación propuesta. Elaboración propia.

Dichos módulos se describen brevemente a continuación.

- **Módulo de comunicación:** Este módulo permite hacer uso del Bluetooth disponible en el dispositivo móvil, a fin de establecer la comunicación inicial entre los integrantes del equipo y mantenerla durante toda la sesión.
- **Módulo de sincronización:** Este módulo tiene la finalidad de mantener actualizados sincrónicamente los dispositivos que están participando en la sesión colaborativa designada por el app, así como de aplicar los tiempos y los modos en que cada participante realiza las tareas relacionadas a su rol.
- **Módulo matemático:** Este módulo se encarga de generar y validar los aspectos algebraicos y geométricos de la aplicación móvil colaborativa. De su ejecución depende tanto el ejercicio a resolver, como la evaluación de las áreas resultantes y los resultados ingresados por los estudiantes. Sus principales componentes son:
  - **Generador de coeficientes:** Componente encargado de generar aleatoriamente los coeficientes del ejercicio a resolver por el equipo de trabajo. Por ejemplo, la expresión  $(2x+2)(2x+3)$  generará 3 coeficientes:  $a = 2$  que es el coeficiente de  $x$ , que en su conjunto forman el término común;  $b = +2$  y  $c = +3$ , que son los coeficientes de los términos no comunes. Estos coeficientes deben generarse aleatoriamente a fin de asegurar la generación de múltiples ejercicios y reducir al máximo el riesgo de generar ejercicios duplicados para un mismo equipo de trabajo.
  - **Validador de áreas:** En este componente se encuentran los algoritmos destinados al control y validación de áreas adyacentes dentro del área de trabajo. Es decir, que las diferentes áreas seleccionadas se encuentren posicionadas en un área válida, en correspondencia a los valores de entrada del producto de binomios. Se muestra en la figura 5 un ejemplo de un acomodo de áreas en proceso.

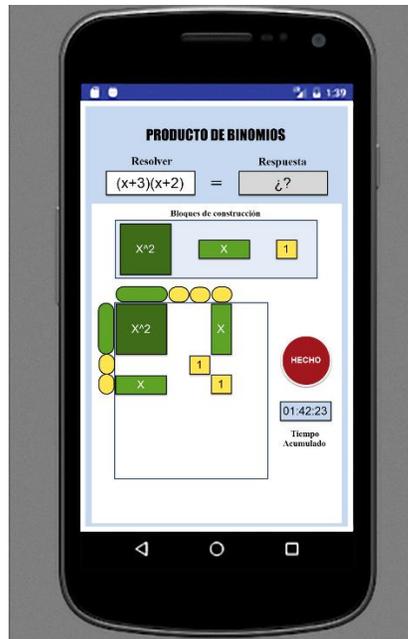


Figura 5: Validador de posición de áreas. Elaboración propia.

2.3. **Fase de Desarrollo:** Esta fase contempla la construcción del software (app) en la plataforma Android, cuya sintaxis está basada en el lenguaje de programación Java. Se plantea la codificación aplicando una metodología de desarrollo ágil como Scrum, que permite una rápida respuesta a cambios de requisitos gracias a su proceso iterativo, y la disminución de documentación generada.

Como herramienta de desarrollo se eligió Android Studio, que es el entorno de desarrollo integrado oficial para la plataforma Android. Este fue anunciado el 16 de mayo de 2013 en la conferencia Google I/O y su primera versión estable fue publicada en diciembre de 2014. La apariencia de la pantalla principal tras terminar la actividad exitosamente se aprecia en la figura 6.

Diseño de una aplicación móvil colaborativa para reforzar el aprendizaje de binomios con término común para alumnos de educación secundaria

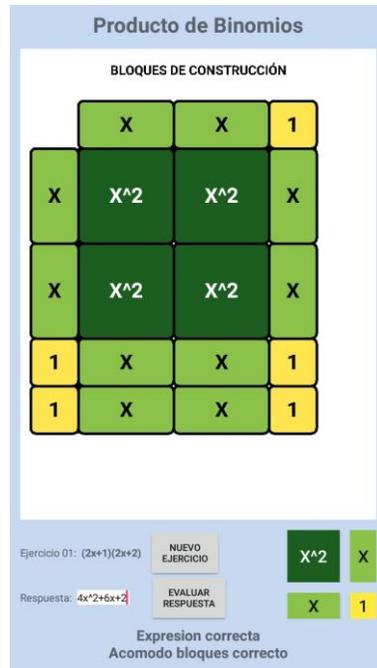


Figura 6: Diseño de la interfaz gráfica de la aplicación. Elaboración propia.

Al iniciar la interacción con el prototipo de la aplicación, el alumno tiene acceso a una primera pantalla de configuración, donde puede elegir algunos valores de parámetros tales como: valor máximo de los coeficientes, la relación de aspecto de los bloques  $x$  respecto a las unidades y el nivel de dificultad del ejercicio, tal como describe la figura 7, lo cual en combinación cambia significativamente la complejidad y el tiempo en que se completa el ejercicio.

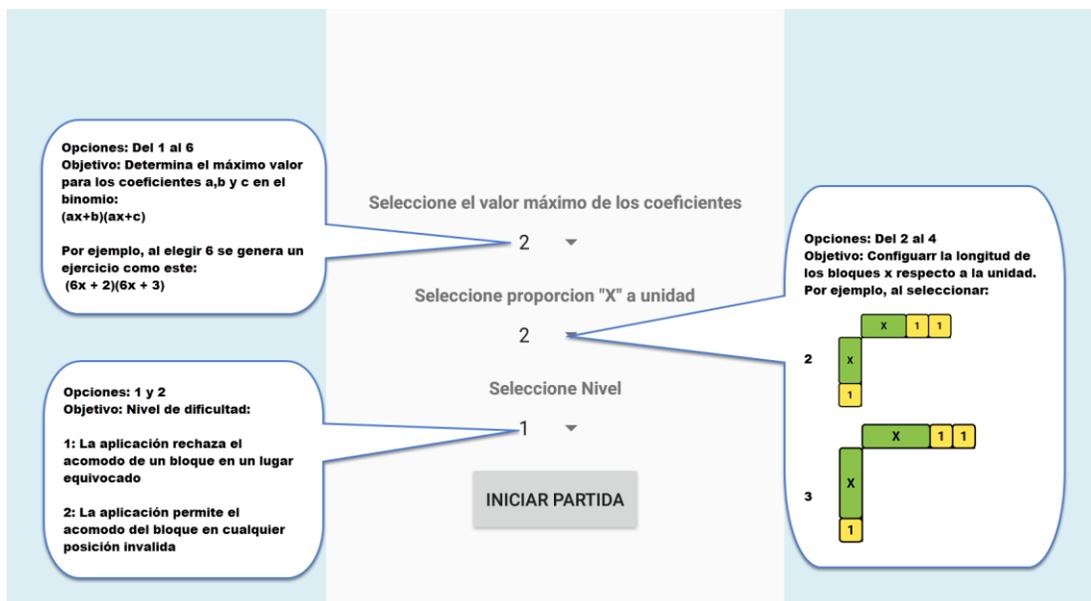


Figura 7: Opciones de configuración del ejercicio. Elaboración propia.

Al dar clic en iniciar partida la app muestra el tablero del ejercicio a resolver, donde el rol de elector de pieza debe seleccionar el bloque que desea usar para completar el total del área. Luego el colocador desplazara el bloque hasta la posición que considera correcta.

Se muestra a continuación un ejemplo de la interacción seleccionando el nivel 1, en que la app rechaza el bloque que se intenta colocar en una posición equivocada, por lo que el estudiante puede cometer errores varias veces hasta comprender cuál es la posición esperada, figura 8.

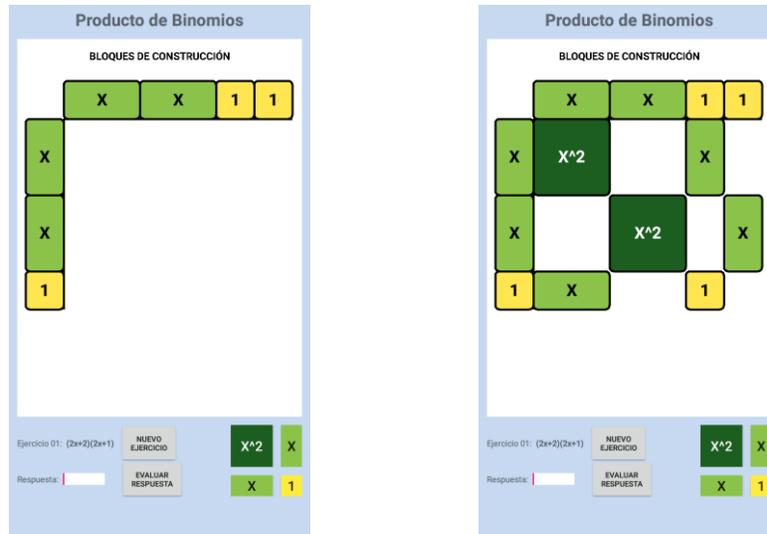


Figura 8: Inicio de ejercicio y su desarrollo en nivel 1.

Ahora se muestra un ejemplo de la interacción seleccionando el nivel 2, en que la app permite que el bloque se coloque en una posición equivocada, figura 9.

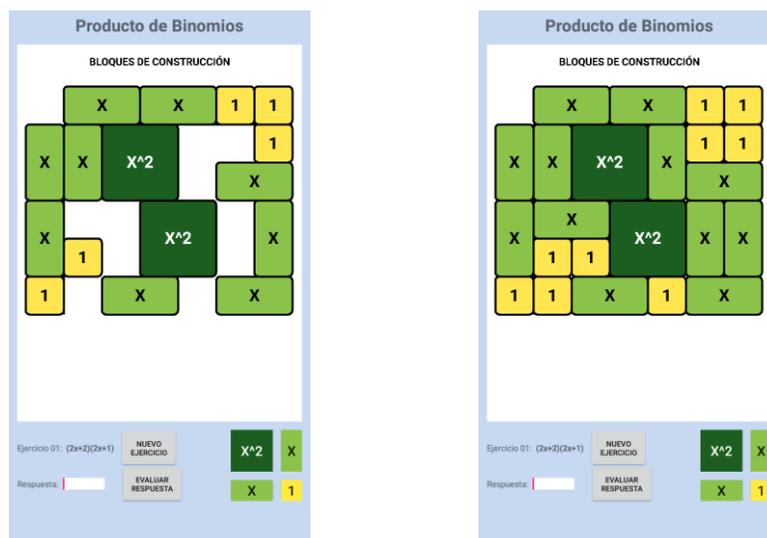


Figura 9: Desarrollo de ejercicio y finalización en nivel 2.

## Diseño de una aplicación móvil colaborativa para reforzar el aprendizaje de binomios con término común para alumnos de educación secundaria

Una vez que han sido colocados todos los bloques, el escritor escribe su respuesta y la app le indica si el resultado ingresado es correcto. Cabe destacar que el nivel avanzado se recibe la confirmación por separado respecto a la respuesta y a la forma en que los bloques fueron colocados, como se aprecia en la figura 10.

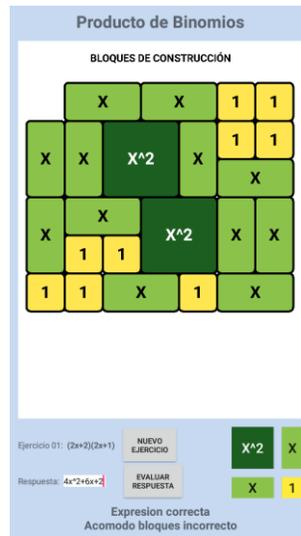


Figura 10: Evaluación de un ejercicio nivel 2.

### 3. Conclusiones

Es importante generar los instrumentos tecnológicos, como lo es la aplicación móvil propuesta, que acerquen a los jóvenes a los conceptos matemáticos básicos como el de los binomios con término común. La propuesta actual se encuentra en fase de diseño y en prueba piloto de usabilidad.

La aplicación denominada Producto de binomios busca generar una experiencia interactiva de aprendizaje diferente al método tradicional, e incluso a ciertos recursos web que generalmente se centran en la descripción del algoritmo para determinar los coeficientes del trinomio resultante de la multiplicación de los binomios. Para enriquecer la enseñanza de los binomios con término común con un método didáctico diferente al tradicional, incluye en su diseño los marcos del modelo CUVIMA para identificar los principios definidos de la matemática realista (bloques figurados y modos de ejecución colaborativa), el modelo del dispositivo móvil (identificando funciones e interacciones válidas) y el modelo de análisis conceptual de la matemática (manipulación algebraica de términos y su significado).

Además, el desarrollo de la aplicación contempla desde su diseño el enfoque del aprendizaje colaborativo, para fomentar la comunicación y la retroalimentación entre pares, las cuales ayudan a un acercamiento al conocimiento matemático de cada estudiante, y la posibilidad de intercambiar opiniones e incluso generar acuerdos en equipos de trabajo.

El factor tecnológico propuesto en este diseño es fundamental para propiciar una interacción ordenada de los estudiantes, ya que con la integración de un módulo de comunicación es posible pasar de un esquema de uso individual, a una aplicación que automáticamente gestiona turnos y roles, y que controla las acciones que cada estudiante puede o no realizar al mismo tiempo,

aprovechando las capacidades de los dispositivos móviles que son muy populares y están al alcance de un gran número de estudiantes de secundaria. Además, el módulo de comunicación contempla la generación automática de ejercicios diferentes mediante el módulo matemático.

A través del diseño de esta app, en conjunto con la actividad educativa adecuada y con el apoyo del profesor como guía de la actividad, se pretende explotar los principios de la teoría de la matemática realista. Por ejemplo, hacer uso del principio de realidad a través de la manipulación de bloques dentro del contexto de los ejercicios propuestos por la aplicación móvil, en sustitución de bloques físicos con los que es difícil contar en un aula de clases. También el uso del principio de niveles, permitiendo al estudiante iniciar con ejercicios sencillos y con validaciones que lo guían y le impiden hacer acomodos incorrectos, para posteriormente presentarle ejercicios que requieren mayor número de movimientos y donde es necesaria una mayor reflexión espacial de lo que representa la multiplicación de binomios. Además el principio de interacción, a partir de la formación de equipos de trabajo de tres integrantes cada uno, quienes haciendo uso de su propio dispositivo desempeñan un rol en una sesión síncrona de trabajo. De esta manera, los integrantes suman esfuerzos individuales y tiene la posibilidad de intercambiar ideas respecto a la mejor manera de resolver el ejercicio, a fin de concretar la actividad más fácilmente.

La implementación del módulo de comunicación está en proceso, por lo que aún no se reportan en este trabajo las pantallas correspondientes a la gestión de la conectividad bluetooth. Una vez concluido el módulo de comunicación, la siguiente fase de la metodología contempla las pruebas que se dividen en dos sentidos, la primera es la prueba de funcionalidad de la aplicación y la segunda es la prueba de uso en los estudiantes en un aula de clase tradicional.

Respecto al trabajo futuro y las posibles mejoras, el presente trabajo actualmente se centra en la multiplicación de binomios con término común, pero es posible extender su alcance a otros tipos de productos notables e incluso a otros conceptos matemáticos relacionados con el modelo de área.

#### 4. Referencias

- Backhoff, E., Andrade, E., Peón, M., Sánchez, A. y Bouzas, A. (2006). El aprendizaje del Español, las Matemáticas y la Expresión Escrita en la educación básica en México: sexto de primaria y tercero de secundaria. Ciudad de México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Baya'a, N. y Daher, W. (2009). Learning Mathematics in an Authentic Mobile Environment: the Perceptions of Students. *ijim*, 3(S1), 6-14. Disponible en línea <http://dx.doi.org/10.3991/ijim.v3s1.813>. [Recuperado el 24 de Agosto del 2018].
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 171-194.
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé, I., y Zabala, A. (1997). *El constructivismo en el aula*. Barcelona, España: Graó.
- Covas, M., y Bressan, A. (2011). La enseñanza del álgebra y los modelos de área.
- Cruz, R. (2010). Framework para actividades educativas colaborativas basadas en dispositivos móviles. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Baja California.

Diseño de una aplicación móvil colaborativa para reforzar el aprendizaje de binomios con término común para alumnos de educación secundaria

- Cuevas, C., y Pluvillage, F. (2003). Les projets d'action pratique, elements d'une ingeniere d'ensigment des mathematiques. *Annales de didactique et sciences cognitive*, 8, 273-292.
- Cuevas C., Villamizar, F., y Martínez, A. (2017). Aplicaciones de la tecnología digital para actividades didácticas que promuevan una mejor comprensión del tono como cualidad del sonido para cursos tradicionales de física en el nivel básico. *Enseñanza de las ciencias*, 35(3), 129-150.
- Diah, N., Ehsan, K. e Ismail, M. (2010). Discover mathematics on mobile devices using gaming approach. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 670-677. Disponible en línea <http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.093>. [Recuperado el 25 de Agosto del 2018].
- Drigas, A., y Pappas, M. (2015). A review of mobile learning applications for mathematics. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (IJIM)*, 9(3), 18-23.
- Fillooy, E., Puig, L. y Rojano, T. (2008). *Educational algebra. A theoretical and empirical approach*. New York: Springer.
- Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education: China lectures.
- Godino, J., Aké, L., Gonzato, M., y Wilhelmi, M. (2012). Niveles de razonamiento algebraico elemental.
- INEE (2017). Planea Resultados nacionales 2017. *Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación*. Disponible en línea <http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P2/A/336/P2A336.pdf>. [recuperado el 18 de junio del 2018].
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. I: Lester, F. K. Jr. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. USA: Information Age Publishing Inc.
- Lacasta, E., Madoz, E y Wilhelmi, M. (2006). El paso de la aritmética al álgebra en la Educación Secundaria Obligatoria. *Indivisa*, Extra 4, 79-90.
- Martos, E. (2013). Valores prácticos y epistémicos de los productos notables en profesores de matemáticas. Tesis doctoral. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN.
- OCDE (2016). Programa para la evaluación internacional de los alumnos (PISA) PISA 2015-Resultados. *Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico*. Disponible en línea <https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf>. [Recuperado el 14 de junio del 2018].
- Roberts, N., y Vänskä, R. (2011). Challenging assumptions: Mobile learning for mathematics project in South Africa. *Distance Education*, 32(2), 243-259.
- Sánchez, J. (2004). Bases constructivistas para la integración de TICs. *Revista enfoques educacionales*, 6(1), 75-89.
- UNAM (2013). *Las TIC para aprender*. Disponible en línea <http://tutorial.cch.unam.mx/bloque4/lasTIC>. [Recuperado el 18 de Junio del 2018].
- Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *VEsC*, 3(5): 73-94.
- Zaldivar J., Londoño N. y Medina G. (2017). Modelación y Tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas a nivel Bachillerato: un ejemplo de Situación de Aprendizaje. *El Cálculo y su Enseñanza, Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. 8, 18-30