

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

EL CÁLCULO Y SU ENSEÑANZA

ISSN: 2007-4107 (electrónico)

José Julián Pasillas¹
Judith Hernández²
Carolina Carrillo³

Recibido: 15 de mayo de 2019,
Aceptado: 12 de junio de 2019

Autor de Correspondencia:

Judith Hernández

judith700@hotmail.com



Resumen. Las competencias docentes más importantes para el profesor son: planear, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, para desarrollarlas de manera sistemática y reflexiva los profesores deben conocer herramientas, procedimientos y principios basados en Didáctica de la Matemática. En este trabajo se describen tres experiencias de desarrollo profesional realizadas por un futuro profesor de matemáticas. La primera consistió en adoptar el marco teórico metodológico del análisis didáctico para organizar, sistematizar y sustentar el diseño, el desarrollo y la evaluación de una unidad didáctica para la enseñanza del contenido matemático escolar determinado como “introducción a las funciones algebraicas” en el Nivel Medio Superior (NMS). En segundo, observar a un profesor de matemáticas experto del NMS. Finalmente con base en las dos experiencias anteriores rediseñar la unidad didáctica. Los resultados respaldan que el promover prácticas de corte teórico y práctico con el unid sustento del análisis didáctico puede apoyar al profesor de matemáticas a desarrollar conocimientos y habilidades para el diseño, desarrollo y evaluación de una clase.

Palabras clave: Análisis Didáctico, Formación de profesores, Unidad Didáctica, Prácticas Profesionales

Abstract. The most important professional competences for the mathematics teacher are: planning, developing and evaluating teaching-learning activities. However, to develop them in a systematic and reflective way, teachers must know tools, procedures and principles based on

¹ Universidad Autónoma de Zacatecas /México/ Correo: jose_julianpv@hotmail.com

² Universidad Autónoma de Zacatecas /México/ Correo: judith700@hotmail.com

³ Universidad Autónoma de Zacatecas /México/ Correo: cgcarolin@hotmail.com

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

Mathematics Didactics. This work describes three professional development experiences carried out by a future teacher of mathematics. The first consisted of adopting the theoretical methodological framework of the didactic analysis to organize, systematize and sustain the design, development and evaluation a Didactic Unit for the teaching of the mathematical school content "introduction to the algebraic functions" in the High School. In second, observe an expert math teacher from the High School. Finally, based on the two previous experiences, redesign the Didactic Unit. The results support that promoting theoretical and practical practices with the support of the didactic analysis can support the mathematics teacher to develop knowledge and skills for the design, developing and evaluation of a class.

Keywords: Didactic Analysis, Teacher Training, Didactic Unit, Professional Practices

1. Introducción

La formación de profesores de matemáticas es un tema de gran importancia en la didáctica de las matemáticas. Esto debido a la necesidad de profesores dispuestos a mejorar su práctica de enseñanza utilizando como referencia los resultados de la investigación en matemática educativa. En particular, es de nuestro interés aquella literatura del campo que presenta propuestas para sistematizar o dar a conocer herramientas para que el profesor de matemáticas mejore su práctica docente (algunas de estas investigaciones son, Pino-Fan y Godino, 2015; Montes, Contreras y Carrillo, 2013 y Gómez, 2007). El desarrollo de esta experiencia didáctica se basa principalmente en los resultados y propuestas realizadas en Gómez (2007).

En este sentido, Gómez (2007) establece un procedimiento de corte teórico-metodológico, al que denomina análisis didáctico, que podría ayudar al profesor de matemáticas a mejorar su práctica docente. Lo anterior, al organizar, sistematizar y sustentar el diseño, desarrollo y evaluación de una unidad didáctica. Aquí, la unidad didáctica es entendida como “una unidad de programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos” (Segovia y Rico, 2001 p. 87; referenciado en Gómez, 2007, p. 30). En este caso la unidad didáctica siempre estará delimitada para un tema matemático escolar específico, lo que permitirá concentrar la problemática de la enseñanza al contenido elegido.

La importancia de proponer un procedimiento que guie y sustente el diseño, ejecución y evaluación de una clase es que éstas se constituyen en competencias específicas para el profesor (Beneitone et al., 2007). Además, en Pérez (2017) se determina que diseñar, ejecutar y evaluar una clase son competencias deseables que han logrado institucionalizarse en los planes y

programas de estudio que forman a profesores de matemáticas del Nivel Medio Superior (NMS) en México. La autora identifica que estas competencias son propuestas en cuatro referentes: uno de corte institucional (correspondiente al Tuning de Latinoamérica, que es un estudio diagnóstico reportado en el 2007); otro de corte laboral para el ingreso a la docencia (que es el acuerdo 447 publicado en el 2008); el tercero está relacionado con la formación de cualquier profesor y consiste en la propuesta de diez familias de competencias (el referente es Perrenoud, 2010); finalmente, el último corresponde a una reflexión teórica del campo de la matemática educativa propuesta en Godino, Rivas, Castro y Konic (2008) donde se proponen algunas competencias didácticas para el profesor de matemáticas.

Sin embargo, aunque se ha establecido que estas competencias son deseables en la formación de un profesor de matemáticas, resulta que el conocimiento didáctico que tiene que ver con el conocimiento práctico y que se desarrolla en los procesos instruccionales de enseñanza de las matemáticas se ve envuelto en una problemática que aqueja a la educación matemática. Ya que el conocimiento teórico que se desarrolla en la formación inicial de los profesores está alejado a la realidad de la práctica de los mismos como Louvet y Baillauqués (1992); citado por Baillauqués (2005) lo afirman:

Los maestros consideran que la formación inicial es “demasiado teórica” o que “no es suficientemente práctica” que es “demasiado alejada de la realidad” o “demasiado” formalista. Los maestros les reprochan a los formadores que “no les hayan advertido lo suficiente” (en cuanto a las dificultades que deberían afrontar, la influencia de los problemas sociales en la clase). (p. 73)

Por lo tanto en este documento se presenta una experiencia de desarrollo profesional en el que se propuso construir conocimiento profesional (teórico y práctico) a partir de tres experiencias:

1. La adopción y aplicación de la herramienta teórico metodológica del análisis didáctico (Rico, 2013 y Gómez, 2007), para el diseño, ejecución y evaluación de un contenido matemático escolar en el nivel bachillerato.
2. La observación no participante de las prácticas de un profesor experto de matemáticas del nivel bachillerato, utilizando como herramienta interpretativa el análisis didáctico.
3. El rediseño de la unidad didáctica utilizando los resultados de las dos primeras experiencias. Para ello se aplicó por segunda ocasión el ciclo del análisis didáctico.

A continuación se describen las tres experiencias profesionales.

2. Primer Experiencia: diseño de una clase con el análisis didáctico

Para el diseño de la unidad didáctica se adoptó la herramienta teórico metodológica del análisis didáctico que en palabras de Gómez (2007) es un procedimiento que “representa una visión ideal de cómo el profesor debería diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (p. 30). Para organizar y sistematizar metodológicamente el diseño, ejecución y evaluación de una unidad didáctica, se propone el ciclo del análisis didáctico (Figura 1). Este ciclo incluye cuatro organizadores principales (análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación o evaluación) y tres complementarios pero imprescindibles (diseño curricular global, diseño de actividades y puesta en práctica).

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

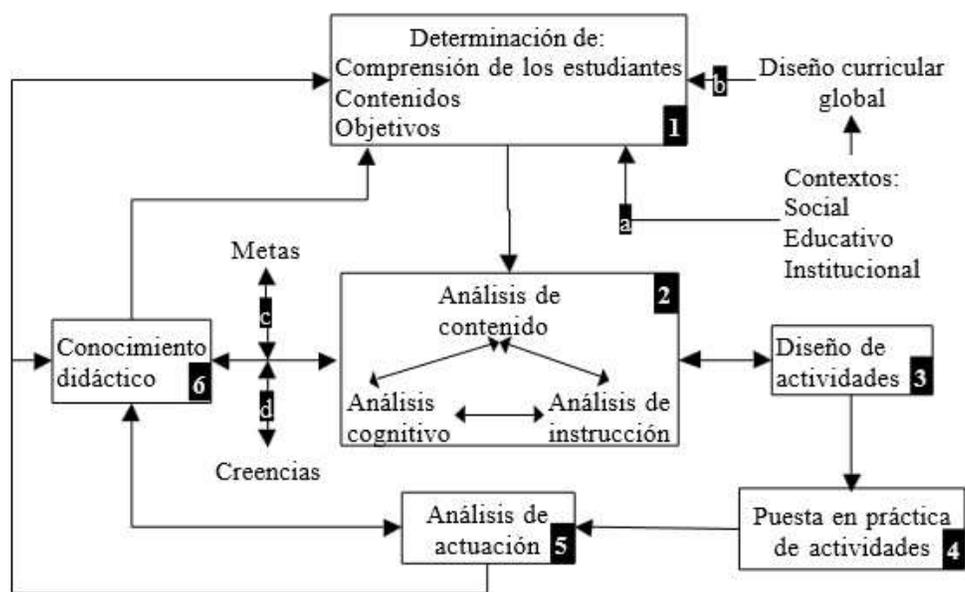


Figura 1: Ciclo del análisis didáctico (Gómez, 2007, p. 31)

Todo el ciclo termina en la construcción de conocimiento didáctico que permite al profesor mejorar las prácticas de diseño, ejecución y evaluación de una unidad didáctica. Aquí presentamos los cuatro análisis que conforman el análisis didáctico (Gómez, 2007) y que son los organizadores principales del diseño curricular local. Estos análisis se conforman en los organizadores 2 y 5 del ciclo del análisis didáctico como se presentan en la Figura 1 y que se describen de la siguiente forma:

1. El análisis de contenido, como el procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto;
2. El análisis cognitivo, en el que el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje;
3. El análisis de instrucción, en el que el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción; y
4. El análisis de actuación o evaluación, en el que el profesor determina las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que pueden haber manifestado hasta ese momento.

(Gómez, 2007, p. 29)

Al análisis de evaluación se le suma lo expuesto en Rico (2013) respecto a la reflexión del profesor sobre todo el proceso del ciclo del análisis didáctico.

El tema matemático escolar que se eligió es la Introducción a las funciones algebraicas; este contenido se encuentra dentro del eje *Pensamiento y lenguaje variacional. Cambio y predicción*, que a su vez plantea promover las ocho competencias disciplinares propuestas en el programa del NMS (SEP; 2016a). Entre las prácticas que deben formar parte de esta unidad son las de: *explicar, interpretar, contrastar, analizar, determinar y estimar*. A continuación se presentan los resultados de la primera experiencia de desarrollo profesional, la cual fue implementada con un

grupo del NMS, pero en un taller de la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

2.1 Análisis de Contenido

El análisis de contenido es el primero de los análisis que se consideran para diseñar, ejecutar y evaluar unidades didácticas. Gómez (2007) asegura que el propósito del análisis de contenido es el siguiente:

El contenido propuesto para un tema o concepto matemático concreto es el resultado del trabajo y de la reflexión que el profesor hace cuando, a partir de su conocimiento y creencias, identifica y organiza los múltiples significados de dicho tema, para efectos de seleccionar aquellos significados que considera relevantes para la instrucción. (pp. 39-40)

El tema de función es uno de los elementos integradores de la matemática, es considerado como un concepto fundamental en esta disciplina. “Puede decirse que uno de los componentes fundamentales en la matemática escolar o especializada de nuestros tiempos es aquel concerniente al concepto de función” (Farfán y García, 2005, p.489). Los significados que se le atribuyeron a este concepto fueron variando con el paso del tiempo, de acuerdo a la interpretación que se le daba. Los personajes que se encargaron de dotar de significado al concepto función a lo largo de la historia, sentaron las bases para llegar hasta lo que ahora conocemos y entendemos por función matemática. Esta revisión histórica estableció el análisis conceptual que complementa el análisis de contenido para el tema de función.

El producto final del análisis de contenido es un mapa conceptual donde se hacen evidentes los significados que el profesor elige potenciar en su clase de matemáticas para el contenido de función (Ver Figura 2). Estos significados están integrados por una estructura que organiza las nociones y procedimientos que se abordarán del tema; se incluye además las representaciones que utilizará el profesor y finalmente la fenomenología que dará sentido al contenido. La propuesta se sustenta en los conocimientos del profesor de matemática en formación y que es el primer autor de este documento.

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

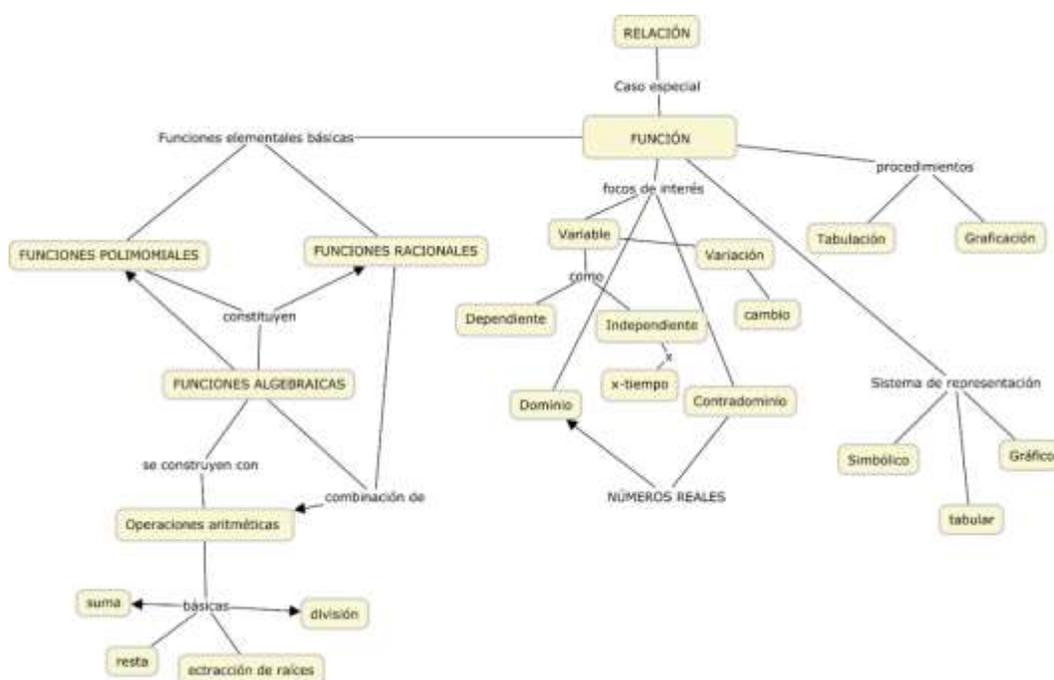


Figura 2: Mapa conceptual del tema matemático escolar de Introducción a las funciones algebraicas. (Fuente: elaboración propia)

2.2 Análisis Cognitivo

En el análisis cognitivo el profesor debe crear hipótesis acerca de cómo lograr aprendizaje en sus estudiantes de acuerdo a las tareas que se les asignarán (Gómez, 2007). En este análisis se utilizarán tres nociones que constituirán la realización del mismo: competencias (expectativas de aprendizaje), capacidades y dificultades; todas relacionadas al contenido matemático escolar que se pretende enseñar. Entre las dificultades que se rescataron y que se ligaron a la red de significados propuesta en la Figura 2 están:

- Representar la variación por medio de letras en fórmulas, generalizar una situación de variación, interpretar el carácter abstracto y dinámico de la variable en expresiones algebraicas, establecer la relación de variación entre dos variables en una tabla, en una gráfica o en una fórmula (Andrade, 1998, p. 252)
- Se cambia la orientación positiva-negativa de los ejes cartesianos. - Se lee el eje de abscisas en sentido contrario al convenido. - Se lee el eje de ordenadas en sentido contrario al convenido, que es de abajo a arriba. Esto puede ser debido a que el sentido de lectura ordinario de un texto es de izquierda a derecha y de arriba abajo, y el alumno mantiene estos criterios en la lectura horizontal y vertical en los ejes cartesianos (Ortega y Pecharromán, 2014, p. 216).
- Se asocia el signo positivo de la función con el crecimiento de las ordenadas, es decir, se asocia el signo de las ordenadas con la monotonía. - Se asocia la propiedad de convexidad con la ubicación de la gráfica encima del eje de abscisas. - En el caso de la tendencia, los errores son debidos a que no se interpreta simultáneamente el comportamiento de las abscisas y las ordenadas, se limitan a explicar el comportamiento de una de las variables, normalmente la de las abscisas (Ortega y Pecharromán, 2014, p. 218).

- Una de estas deficiencias es el trazado de ramas que son práctica o totalmente verticales en funciones con ramas infinitas no asintóticas, como pueden ser las funciones polinómicas de segundo o tercer grado o las funciones exponenciales. [...] encontramos también, [...] funciones donde se representan valores del dominio con dos (o más) imágenes, al solaparse varios trazados en la representación gráfica de la función. Especialmente se produce al realizar las representaciones gráficas de funciones definidas a trozos, en las que los estudiantes ignoran el dominio de definición de cada parte (Arce y Ortega, 2013, p. 65).
- En 12 alumnos (un 41%) encontramos un uso de escalas no proporcionales (distinta unidad a lo largo del eje) en alguno de los ejes de los gráficos existentes. Este problema se concentra en la clase de la modalidad de Ciencias Sociales, apreciándose en siete de sus ocho alumnos (un 87,5%), sobre todo en las representaciones gráficas asociadas con problemas de interpolación lineal. (Arce y Ortega, 2013, p. 67)

Con lo anterior, el futuro profesor tiene conocimiento de algunos de los errores y dificultades que se pueden presentar en el aula para el tema matemático escolar de introducción a las funciones algebraicas. Estas dificultades deben incluir nociones y procedimientos relacionados con el tema en cuestión como: variación y comportamiento de la función; ubicación de puntos en el plano cartesiano; asignación de escalas a los ejes y trazo de gráficas de funciones, por mencionar algunos. Esto le permite al profesor anticipar y planear estrategias para ayudar a superar esas dificultades en caso de que aparezcan.

En lo que respecta a las expectativas de aprendizaje (competencias y aprendizajes esperados) y demandas cognitivas (capacidades). Las primeras se rescatan del primer organizador que corresponde al diseño curricular global; es decir al plan de estudios oficial (SEP, 2016). Las segundas son construidas por el profesor utilizando los organizadores ya desarrollados. La propuesta se concreta en la Tabla 1 donde se favorece el aprendizaje esperado *Caracteriza las funciones algebraicas como herramientas de predicción, útiles para el estudio del cambio*. Este aprendizaje forma parte, según al plan de estudios del NMS (SEP, 2016b), del tema matemático escolar *Introducción a las funciones algebraicas*; que corresponde al eje 4 *Pensamiento y lenguaje variacional. Cambio y acumulación* de la materia Matemáticas IV del bachillerato general. En la Tabla 1 se presentan las capacidades que el profesor propuso para este aprendizaje y su relación con las competencias del plan de estudios (SEP, 2016).

C1: Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. C2: Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques. C3: Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. C4: Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación. (SEP, 2016, pp. 78-79)

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

Aprendizaje esperado: Caracteriza las funciones algebraicas como herramientas de predicción, útiles para el estudio del cambio.	Competencias disciplinares básicas			
	C1	C2	C3	C4
<i>Capacidades</i>				
Cap.1 Representar en tablas el cambio numérico de patrones de crecimiento.	X			X
Cap.2 Representar en gráficas el cambio numérico de patrones de crecimiento.	X			X
Cap.3 Proporcionar argumentos para justificar por qué se puede modelar un fenómeno a través de las funciones algebraicas.			X	
Cap. 4 Identificar el concepto de variación en problemas que éste involucrado este término.			X	

Tabla 1: Expectativas de aprendizaje vs demandas cognitivas.

2.3 Análisis de Instrucción

Gómez (2007) describe al análisis de instrucción como “el procedimiento en virtud del cual el profesor puede analizar y seleccionar las tareas disponibles para el diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje” (p. 76). Considerando los organizadores previos, el profesor rescató los conceptos que serían motivo de la instrucción en el aula; entre ellas están: Variable, Variación y Cambio; que se presentan en el mapa conceptual de la figura 2. Además se consideran representaciones de funciones de manera tabular y gráfica; dejando a los escolares deducir la forma algébrica de la función que hay implícitamente en el problema planteado. Con ello se ve reflejada la relación entre el análisis de contenido y el análisis cognitivo para la realización del análisis de instrucción. A continuación se presentan las tareas y actividades propuestas para el desarrollo de la primera experiencia.

TAREA 1.

Un automóvil consume 1 galón de gasolina por cada 20 kilómetros recorridos.

Galones de gasolina	1	2	3	4	5
Kilómetros recorridos	20	40	60	80	100

Actividad 1. ¿Cuál de las siguientes opciones puede considerarse como variable? Justifica tu respuesta

- a) Galones de Gasolina b) Kilómetros Recorridos c) Ambos d) Ninguno

Actividad 2. De acuerdo a la tabla anterior ¿cómo es el cambio en los kilómetros recorridos por el automóvil por cada galón de gasolina?

Actividad 3. De acuerdo a la respuesta anterior, de las siguientes gráficas ¿cuál representa ese cambio? Justifica tu respuesta

a)

b)



c)



Actividad 4. Si X representa la cantidad de galones de gasolina y Y representa los kilómetros recorridos por el automóvil, da una expresión algebraica en términos de estas representaciones, para poder determinar los kilómetros que recorre el automóvil para cualquier cantidad de galones de gasolina. Justifica tu respuesta.

2.4 Análisis de Actuación o Evaluación

En el análisis de actuación se utiliza la información recabada de la puesta en práctica de las actividades de enseñanza y aprendizaje, que permita determinar la comprensión de los escolares hasta el momento; además de los contenidos que se deben tratar en el aula, así como los nuevos objetivos de aprendizaje que se abordaran en un nuevo ciclo del análisis didáctico. El propósito del análisis de actuación es establecer un seguimiento del progreso de los estudiantes de acuerdo a lo que se planificó y lo que sucedió durante la práctica. También se requiere rescatar logros y deficiencias en las actividades y tareas que fueron empleadas para la enseñanza del tema matemático escolar, incluyendo el desempeño del profesor (Gómez, 2007). Por tal motivo, después de la aplicación, el profesor identificó que los estudiantes no tuvieron problema para responder correctamente la actividad 1, no así el resto de las actividades donde identificó algunas dificultades, como:

Futuro Profesor: los estudiantes no identifican los ejes del plano cartesiano con los nombres de “eje de las abscisas” y el “eje de las ordenadas”, si no como el eje de las “ x ” y el eje de las “ y ”. Además, no recordaban la gráfica de la función constante, algunos no habían visto el tema de función. Por lo tanto esto me llevó a descubrir que no se presentaron los errores y dificultades que yo consideré en el análisis cognitivo, tal vez fue por no poner actividades que pudieran reflejarlas de manera rápida o debido a que no alcanzamos de tiempo para resolver juntos la actividad y por ende no pude deducir otras dificultades. Además creo que para un nuevo ciclo del análisis didáctico, primero debo mejorar las actividades que planteo en el análisis de instrucción, de manera que sirvan para llevar a los escolares a construir conocimiento matemático y lograr el objetivo de aprendizaje específico y luego poner a resolver a ellos solos problemas relacionados con ese objetivo; y no empezar con que ellos resuelvan la actividad primero.

3. Segunda Experiencia: Observación de un profesor experto.

Blanco (1991) identifica una problemática en los estudiantes para profesores, relacionada con su práctica de enseñanza, él llama *factores de la interacción didáctica* a los fenómenos que causan

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

conflicto a los profesores noveles en la actuación en el aula. Entre los fenómenos que considera este autor están cuatro: indefinición del papel del alumno en su práctica; desconocimiento de la situación escolar concreta; escasa reflexión acerca del contexto escolar y problemas de disciplina. Por esta razón, Blanco (1991) considera que los estudiantes para profesores no tienen la habilidad y el conocimiento necesario para aprender de sus prácticas de enseñanza y propone como una posible solución aprender con ayuda de la observación y la práctica misma. Es por ello que en esta sección se presenta la segunda experiencia que fue desarrollada como parte de la práctica profesional del futuro profesor que es el autor principal de este escrito. La práctica profesional consistió en observar las clases de un profesor de matemáticas experto. Es decir, un profesor que según Rojas, Carillo y Flores (2012) puede identificarse al cumplir con características denominadas primarias y secundarias. Las primarias “aluden a aspectos específicos de la tarea de enseñanza y a cuestiones sobre conocimiento; son cualidades que han de confirmarse a través de la observación de clase, de entrevistas sobre el contenido, de instrucción y de actuación” (p. 482). O las secundarias que “atienden a aspectos generales de la experiencia profesional del profesor” (p. 483). En un principio se consideraron características secundarias fundamentadas dado que el profesor elegido es doctor en matemática educativa y es referenciado por sus compañeros y estudiantes como un buen profesor.

Lo anterior se realizó mediante una observación no participante; la cual fue organizada mediante las cuatro dimensiones del análisis didáctico (de contenido, cognitivo, de instrucción y de evaluación). La institución educativa donde se llevó a cabo la observación del profesor experto fue el Colegio de Bachilleres del Estado de Zacatecas (COBAEZ) Plantel 1 en el turno vespertino y la clase estaba constituida por alumnos del 5° semestre del grupo D. El profesor observado al que llamaremos por cuestiones de privacidad Domingo cuenta con 31 años de experiencia docente, de los cuales 27 años han sido en dicho plantel. El profesor Domingo estudió la Licenciatura en Física y Matemáticas en la Escuela Superior de Matemáticas y Física perteneciente al Instituto Politécnico Nacional (ESFM-IPN), además estudió la Licenciatura en Matemáticas y la Maestría en Matemática Educativa en la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ), y estudió el Doctorado en Matemática Educativa en la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGRO).

A continuación se presentan un fragmento de lo que el futuro profesor observó en las clases del profesor experto.

Futuro Profesor:

Análisis de instrucción

1. El profesor hace entrega de un examen que se había hecho anteriormente con las calificaciones correspondientes a cada uno de sus alumnos; esta estrategia didáctica es con el fin de preguntar antes de comenzar la clase si hay una duda o sugerencia al respecto y si no la hay el profesor comienza a registrar en su bitácora los resultados de cada uno de sus estudiantes.
2. Estrategia pedagógica: Desde mi punto de vista una estrategia pedagógica que el profesor consideró al principio de la clase es el reconocimiento del esfuerzo de uno de los escolares, ya que fue el único que sacó diez en el examen, pidiendo así el aplauso de los demás para hacérselo saber. Sin duda estrategia que

debo consideran con mis futuros alumnos, aunque también felicitar a aquellos que se esforzaron aún si sacar un diez en un examen.

3. Disposición de Material Didáctico: Como estrategia didáctica el profesor vuelve a utilizar el programa Geogebra con el objetivo de visualizar la gráfica de la función $y(x)=x^2+1$, ya que tenían que sacar la derivada de esa función en el punto $x=1$.

4. Estrategia pedagógica: Vuelve hacerles recordar lo de la clase anterior, de cómo sacaron la derivada de la función $y(x)=x^2$ en el punto $x=1$, para poder realizar la nueva tarea que les asignó.

Otra estrategia pedagógica que observé es aquella que yo considero como “implementar lenguaje coloquial” en clase, ya que el profesor les dice que se imaginen que se le acerca una “lupa súper potente” al pedazo o tramo de recta que hay entre los puntos $x_1=1$ y $x_2=1.1$ refiriéndose a $\Delta x=x_1-x_2$ y poder dibujar dicho tramo de recta más grande en el pizarrón.

Reflexión: Una situación con las que varios profesores coinciden es aquella concerniente a la posibilidad de esperar aquello que consideraron o tenían pensado que pasara en su clase, de acuerdo a su planeación hecha previamente. Algo que se observó en esta clase tiene que ver con esta realidad, de resolver un problema considerando los datos del anterior inmediato llevó al consumo de un tiempo que tal vez el profesor tenía que aprovechar para seguir avanzando en la clase y que sin duda fue algo que le profesor no esperaba que pasara; con ello se observó que aunque el profesor tenga su clase planeada pueden pasar situaciones que cambien el rumbo de la misma y se debe contar con la pericia para actuar en situación, es decir, resolver cualquier tipo de inconveniente.

Después de terminar la segunda experiencia se procedió a iniciar de nueva cuenta con el ciclo del análisis didáctico. Es importante mencionar que el ciclo del análisis didáctico no menciona nada sobre realizar la observación de un profesor experto; sin embargo al tratarse de un profesor en formación y considerando que:

Podemos señalar, como consecuencia más inmediata, que los estudiantes para profesores no poseen los suficientes conocimientos y habilidades para aprender afectivamente de sus experiencias de clase. Esto debería llevarnos a modificar los programas de formación del profesorado para ayudar a nuestros estudiantes a aprender a través de la observación y de la práctica (Blanco, 1991, p. 60).

Es que se decidió agregar la observación de un experto al ciclo del análisis para el caso de profesores nóveles. Es por ello que en la sección siguiente se presentan los cambios que se consideraron pertinentes para la mejora de la unidad didáctica con base en las dos secciones anteriores.

4. Tercera Experiencia: Rediseño de la unidad didáctica

La puesta en práctica del rediseño de la unidad didáctica fue llevada ahora en el Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP) plantel Zacatecas. Esto determina un cambio en los contextos bajo los cuales fue propuesto el primer diseño. Por tal motivo el primer organizador relacionado con el currículum global y los contextos tuvieron que cambiar. Esto además incluyó un cambio en los aprendizajes esperados y por lo tanto en todos los análisis. Aquí se presenta cómo se hizo en la sección 2 solamente los cuatro organizadores centrales.

4.1 Análisis de contenido

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

Se identificó que en el primer mapa conceptual no se incluyó la fenomenología; además ésta tuvo que cambiar considerando el perfil de los estudiantes del CONALEP. El eje central ahora no es el contexto matemático por lo que el foco era determinar el cambio a través de dos preguntas ¿Cuánto cambia? y ¿Cómo cambia? De esta manera el resultado del nuevo mapa conceptual se presenta en la Figura 3. El significado que ahora se potencia es el de la función como medio para medir el cambio dividiendo en dos comportamientos, el lineal y no lineal. Además se considera como fenomenología la producción.

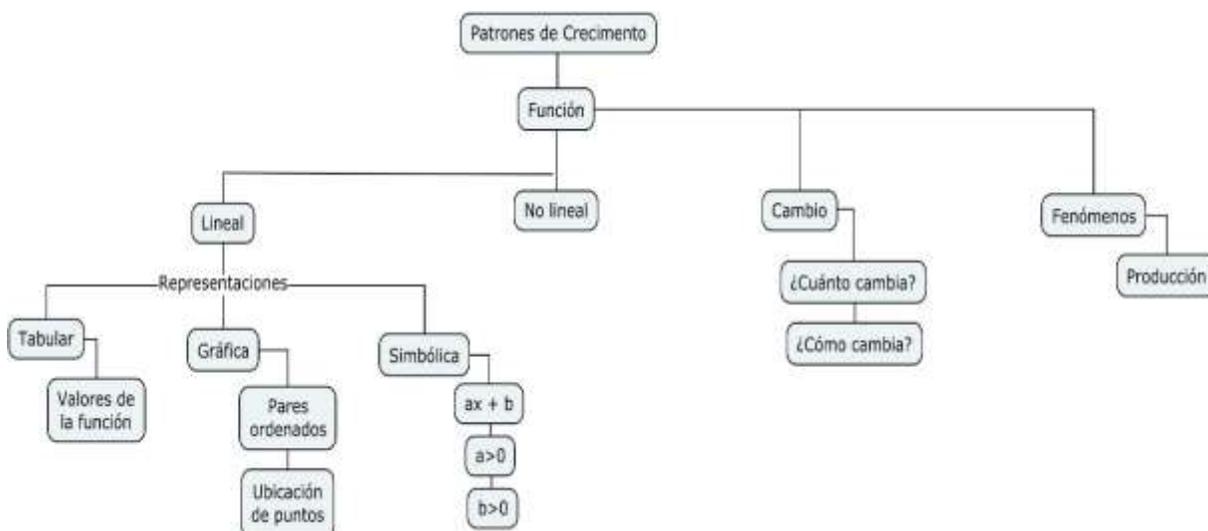


Figura 3: Mapa conceptual del tema matemático escolar de Introducción a las funciones algebraicas en su segunda versión (Fuente: elaboración propia)

4.2 Análisis cognitivo

Las expectativas de aprendizaje y sus relaciones cambiaron. El aprendizaje esperado ahora es *Representar en gráficas el cambio numérico de patrones de crecimiento* que forma parte de la expectativa más general propuesta en la sección 2.2. Esto permitió un aprendizaje esperado más específico, que es lo que se recomienda desde el análisis didáctico. Por tal motivo las capacidades también cambiaron por unas más concretas. Estos cambios también afectaron la relación con las competencias que se muestran en la Tabla 2. La razón por la que no se incluyeron las competencias 2 y 4 es que las capacidades y tareas propuestas están enfocadas a introducir a los estudiantes en el tema, sin uso de tecnología y dando un énfasis en la interpretación.

Aprendizaje esperado: Representar en gráficas el cambio numérico de patrones de crecimiento	Competencias disciplinares básicas		
	C1	C3	C5
<i>Capacidades</i>			
Cap.1 Identificar cuantitativamente el cambio que se genera en el patrón de crecimiento lineal dado.	X		
Cap.2 Escribir en pares ordenados la relación (tiempo, productividad) que da el patrón de crecimiento lineal.	X		
Cap.3 Ubicar los puntos de acuerdo a los pares ordenados en el plano cartesiano.	X		
Cap.4 Unir los puntos con un trazo para obtener la gráfica del patrón lineal.	X		
Cap. 5 Identificar cualitativamente el cambio en la gráfica del patrón lineal.		X	X

Tabla 2: Expectativas de aprendizaje vs demandas cognitivas en su segunda versión (Fuente: elaboración propia)

C1: Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. C3: Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. C5: Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento (SEP, 2016, pp. 78-79)

Respecto a las dificultades que el futuro profesor anticipa para este tema, son: los estudiantes no recuerdan la manera correcta de obtener la pendiente de una recta observando su gráfica; es decir si dividir el cateto adyacente entre el opuesto o viceversa. Además de aplicar un mismo algoritmo o procedimiento visto en la clase a una nueva tarea que implique los conocimientos vistos en clase. Por tal motivo en el análisis de instrucción se diseñó la tarea 3 para el tratamiento de estas dificultades. Cabe señalar que las dificultades consideradas en el rediseño fueron identificadas con la observación del profesor Domingo, que fue el profesor experto de la sección 3.

4.3 Análisis de instrucción

Dado los cambios en los aprendizajes esperados se realizaron el rediseño de actividades quedando de la siguiente manera:

TAREA 1: En una línea de producción de clavos, la máquina encargada de hacerlos empieza haciendo 1 para el primer segundo, 5 para el segundo 2, 9 para el segundo 3, 13 para el segundo 4, 17 para el segundo 5, etc.

Actividad 1.1. Se le pedirá a un estudiante pasar para representar en clase la producción de clavos de la máquina, pasando de un lado a otro la cantidad de clavos (se utilizarán palillos) que se necesita para obtener la producción que se indica en el enunciado anterior.

Con esta actividad se pretende que los estudiantes se den cuenta que para que se produzca un cambio en la producción de clavos se necesitan cuatro palillos por segundo, siendo este la cantidad del cambio. Para ello se proponen las siguientes preguntas abierta no dirigida

¿Notan alguna regularidad?, ¿Qué es lo que cambia o está cambiando en la “producción de clavos”? ¿Cuánto cambia y cómo cambia la producción de clavos?

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

Actividad 1.2. Llenar la siguiente tabla después de haber acabado con la actividad anterior.

Tiempo en segundos	Números de clavos producidos	Lapso de tiempo	¿Cuánto cambia la producción de clavos respecto al lapso de tiempo que se indica?
1		1-2	
2		2-3	
3		3-4	
4		4-5	
5		5-6	

Para la capacidad 2 se propone la siguiente actividad:

Actividad 1.3: Escribir como pares ordenados en el pizarrón la relación entre el tiempo y la cantidad de clavos producidos por la máquina, información deducida o extraída de la tabla. Pares de la forma (tiempo, productividad).

Para la capacidad 3 y 4 se propone resolver la siguiente tarea.

TAREA 2: Ubicar en el plano cartesiano los puntos que corresponden a los pares ordenados y unirlos con un trazo de manera que se obtenga la gráfica del patrón de crecimiento.

Para terminar se propone la siguiente tarea:

TAREA 3. Identificar el cambio de producción de clavos respecto del tiempo en la gráfica del patrón de crecimiento trayendo a colación la noción de la pendiente $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$ trazando un triángulo rectángulo donde su cateto opuesto y adyacente Δy , Δx respectivamente. Para después compartir y discutir las mismas preguntas de la actividad 1.1.

4.4 Análisis de actuación o evaluación

Para el futuro profesor los resultados de esta segunda experiencia fueron más satisfactorios, lo anterior lo expresó de la siguiente manera:

Futuro Profesor: De acuerdo a lo vivido en clase se puede considerar que los objetivos de las actividades se cumplieron de la manera deseada ya que la mayoría de los estudiantes entendieron lo que cada actividad tenía destinado promover.

Se identificaron dificultades, las mismas que ocurrieron en clase del profesor Domingo. Los estudiantes no memorizan ciertas fórmulas y no recuerdan algunas características de los objetos matemáticos, en específico la fórmulas de la pendiente dados dos puntos e identificar la pendiente de la expresión algebraica de una recta.

La situación que consideré en el análisis cognitivo como posible actuación de los estudiantes concerniente a considerar lapsos de tiempo más largos (no solo de un segundo) y comparar el cambio de producción, se hizo presente con la pregunta de un alumno. Lo cual me hizo pensar en considerar resolver juntos y sacar deducciones. En este caso ellos fueron los que reflexionaron acerca del tema.

Por otra parte, al terminar con lo que tenía planeado ejecutar en la clase consideré una actividad más en la clase. Les propuse un patrón de crecimiento diferente al que se mencionó en la tarea 1, se trataba del crecimiento no lineal, en específico la función cuadrática. Con esta actividad me pude dar cuenta de que los estudiantes al principio identificaban el cambio de este patrón de crecimiento como un solo número, algunos de ellos decían que el cambio era de 3, pero luego de verificar el cambio para otros lapsos de tiempo verificaban que no era el mismo, pero lo cual corrigieron y aseguraron que el cambio para ese nuevo patrón de cambio no era constante o el mismo.

Luego pasamos a graficar la función cuadrática e identificamos las pendientes de las rectas que unían dos puntos diferentes consecutivos de la gráfica y les hacía énfasis en que esas rectas ya no tenían la misma inclinación o pendiente, que cambiaban según el paso del tiempo, para después reflexionar acerca de que el cambio para una función lineal es siempre el mismo o constante y que el cambio para las funciones no lineales es diferente, según la función considerada. Con esto dimos por terminada la clase.

En este caso en el análisis de evaluación se observa que el profesor se centró en los resultados y alcances obtenidos mediante las tareas. Además incluye una actividad al finalizar que además de ser congruente con el nuevo enfoque del currículo de matemáticas la introducción del siguiente tema. Es decir, se pide una clasificación de funciones algebraicas en términos del cambio (lineal y no lineal) más que la taxonomía conocida (polinomios, racionales y radicales). Lo anterior permite en nuestra opinión determinar al menos de manera incipiente en el rompimiento del discurso tradicional escolar que había utilizado en su primera experiencia. En la Tabla 3 y 4 se presentan las evidencias de evaluación que obtuvo el futuro profesor para la tarea 2 y 5 respectivamente. Es importante mencionar que dado que se trataba de una clase real, la forma en la que evalúa el futuro profesor obedece más a una de corte formativa que sumativa. En la tabla 3 se presenta una evaluación global del grupo y en la tabla 4 una individual por estudiante.

¿Se cumplió con el objetivo de la actividad?	Argumentación	Dificultades	Observación
Si	Para esta tarea el estudiante que pasó a identificar los puntos de acuerdo a los pares ordenados identificados previamente y además trazó por ellos una curva para representar un a gráfica. Esto lo hizo correctamente sin dificultades.	Ninguna	Aunque la actividad la resolvió un solo estudiante frente a clase, los demás estuvieron de acuerdo con el procedimiento de su compañero. Deduje entonces que los demás no tienen dificultades en ese aspecto.

Tabla 3: Evaluación global de la Tarea 2 realizada en clase

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

Est	¿Seleccionó la gráfica de la función que correspondía al cambio mencionado?	Observaciones
1	Si	Logra predecir la cantidad de clavos producidos de acuerdo al cambio que se menciona. Cometió un error al escribir un número en la tabla, pero no quiere decir que entendió mal lo que se pedía. No justifica su respuesta.
2	Si	Identifica el cambio en la gráfica de la función de la tarea 5, señalando que es la pendiente de la misma.
3	Si	A pesar de que considera la gráfica correcta que representa el cambio de la tarea 5, su justificación es distinta ya que él dice que el cambio es de 1 y no de 2 como debería ser de acuerdo a la tarea.
4	Si	Identifica la gráfica correcta de la tarea 5, añade que “si va constante” en su justificación, pero no especifica qué es lo que va constante. Si la gráfica o el cambio de producción de clavos.
5	No	No seleccionó ninguna de las gráficas que se presentaron para la tarea 5.
6	Si	En la tarea 5 identifica para cada segundo la cantidad de clavos producidos (de acuerdo al cambio dado) y selecciona la gráfica correcta.
7	Si	En la tarea 5 identifica para cada segundo la cantidad de clavos producidos (de acuerdo al cambio dado) y selecciona la gráfica correcta.
8	Si	La justificación para elegir la gráfica correcta de la tarea 5 fue “porque la producción va a lenta velocidad”.
9	Si	En la tarea 5 identifica para cada segundo la cantidad de clavos producidos (de acuerdo al cambio dado) y selecciona la gráfica correcta.

Tabla 4: Evaluación por estudiante de la Tarea 5 realizada en clase

5. Reflexiones

Los resultados presentados en las tres experiencias evidencian que el futuro profesor construyó conocimiento didáctico que le permitió modificar su práctica. Dado que, reconoció que los aprendizajes esperados modifican la forma en la que se estructura y relaciona el contenido, por lo que los significados que eligió potenciar en la primer y tercera experiencia (Ver figura 2 y 3, respectivamente) son diferentes, aun siendo el mismo tema abordado. Otro elemento que incidió fue el contexto donde se aplicaron ambas experiencias. Respecto a la observación del profesor experto se identifica que esta experiencia tuvo mayor impacto en el futuro profesor al momento de tomar decisiones respecto al análisis cognitivo y de instrucción en el rediseño de la unidad didáctica. En el caso del análisis cognitivo, el futuro profesor retomó las dificultades que observó en la clase real del profesor Domingo y corroboró que estas dificultades se presentaron al momento de desarrollar su clase. Para el análisis de instrucción, el futuro profesor identificó la

importancia de conocer los contextos (educativos, institucionales y escolares) y que la actuación del profesor en algunos casos obedece más a cuestiones administrativas que didácticas. Por tal motivo, y con base en el desempeño del futuro profesor se considera que promovió competencias docentes necesarias para su día a día.

También, el futuro profesor identificó algunas ventajas del análisis didáctico y su ciclo en la construcción de conocimiento práctico; es decir conocimiento ligado al diseño, ejecución y evaluación de una clase de matemáticas. Entre ellas, el reconocer que si bien el diseño curricular global le permite delimitar los temas y aprendizajes de su clase, los planes de estudio del NMS no proporcionan información de cómo lograr los alcances propuestos; esta ausencia pudo ser guiada gracias al análisis didáctico. En este caso, cada uno de los organizadores propuestos en este enfoque teórico metodológico le permitió identificar la influencia de los contextos (social, educativo e institucional) en su práctica docente. El análisis de contenido le permitió reflexionar sobre la complejidad que puede llegar a encerrar un solo contenido matemático escolar. Esta complejidad se vio ratificada en el análisis conceptual donde evidenció la construcción del concepto de función a través de la historia y como le brindaba información sobre las representaciones que se usaban y la fenomenología que rodeo su origen y desarrollo. Del análisis cognitivo, el futuro profesor resalta que le sirvió para prever lo que los estudiantes pueden hacer en la ejecución de las tareas que se le piden en el aula. Además de ayudar de acuerdo a las investigaciones en matemática educativa a superarlas. Aunque como parte del análisis de evaluación el futuro profesor advierte que no logró ayudar a sus estudiantes a superar las dificultades que se presentaron. Es aquí donde la observación de un profesor experto le permitió reconocer que las acciones de los profesores a veces obedecen a esa anticipación de las dificultades o bien a la atención de los contextos que rodean su práctica. En particular, las dificultades que se observaron en los estudiantes del Colegio de Bachilleres del estado de Zacatecas también las presentaron los estudiantes del CONALEP.

En particular el futuro profesor explica como utilizando el análisis didáctico para observar a un profesor experto le permitió identificar: la estructura de la clase del profesor observado; los significados que potencia en la clase; sus estrategias didácticas y pedagógicas, para lograr su objetivo de aprendizaje; las dificultades que los estudiantes presentan al interactuar en clase y las consideraciones sobre imprevistos y situaciones que se pueden desarrollar en el desarrollo de una clase.

En nuestra opinión, la parte que permite a los futuros profesores un diseño local, aunque eso no significa que les resulte sencillo, es la elaboración de capacidades. Este proceso permite aterrizar las competencias en demandas que pueden ser observables por los profesores. En particular la parte que más se le dificultó al futuro profesor fue romper con el discurso tradicional, por lo que las tareas que eligió en el primer diseño mantenían esta estructura. No fue hasta en la segunda experiencia que logró romper parcialmente con esta situación. De esta manera; planear, llevar a la práctica y evaluar una unidad didáctica de un tema matemático escolar le permitió ponerse como él mismo lo dice en los terrenos cotidianos de un profesor de matemáticas. Aunque estas prácticas el futuro profesor las realizó tomando en cuenta las investigaciones de la Matemática Educativa, el experimentar dos veces el ciclo del análisis didáctico y de manera complementaria la observación de un profesor experto le permitió al futuro profesor construir conocimientos y habilidades teóricas y prácticas base para el profesor de matemáticas.

TRES EXPERIENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL: EL CASO DE LA INTRODUCCIÓN DE FUNCIONES ALGEBRAICAS

6. Agradecimientos

Queremos aprovechar este espacio para expresar nuestro agradecimiento a los dos profesores que accedieron que fuéramos parte de su práctica. El primero quien nos permitió observar sus clases y quien es profesor del Colegio de Bachilleres del Estado de Zacatecas (COBAEZ) plantel 1. El segundo quien nos prestó a su grupo para aplicar el segundo diseño y quien es profesor del Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica (CONALEP) plantel Zacatecas

7. Referencias

- Acuerdo número 447 (2008, 29 de octubre). *Diario Oficial de la Federación*. Recuperado de http://cosdac.sems.gob.mx/descarga_archivo2.PHP?documento=ACUERDO447.pdf&ubicacion=reforma&tipo=0.
- Andrade, C. (1998). Dificultades en el aprendizaje de la noción de variación. *Revista EMA*. 3 (3), 241-253.
- Arce, M. y Ortega, T. (2013). Deficiencias en el trazado de gráficas de funciones en estudiantes de bachillerato. *PNA*, 8(2), 61-73.
- Beneitone, P., Esquetini, C., González, J., Marty, M., Siufi, G. y Wagennar, R. (Eds.) (2007). *Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina. Informe final -Proyecto Tuning-América Latina 2004-2007*. España: Universidad de Deusto y Universidad de Groningen. Recuperado de <http://tuning.unideusto.org/tuningal/>.
- Blanco, L. (1991). Interacción didáctica en la enseñanza de las matemáticas con estudiantes de magisterio. *Interuniversitaria de Formación del Profesorado*. 12, 57-68.
- Farfán, R. y García, M. (2005). El concepto de función: Un breve recorrido epistemológico. *Acta latinoamericana de Matemática Educativa*. 18, (1), 489-494.
- Godino, J., Rivas, M., Castro, W. y Konic, P. (2008). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Actas de las VI Jornadas de Educación Matemática Región de Murcia*. Centro de Profesores y Recursos Murcia, 17-19 Abril 2008.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. (Tesis doctoral inédita). Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, España.
- Montes, M. A., Contreras, L. C., y Carrillo., J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII*, (pp. 403-410). Bilbao: SEIEM.
- Ortega, T. y Pecharromás, C. (2014). Errores en el aprendizaje de las propiedades globales de las funciones. *Revista de Investigación en Educación*. 12 (2), 209-221.
- Pérez, C. (2017). *Competencias y campos de acción presentes en los currículos oficiales para la formación inicial de profesores de matemáticas del Nivel Medio Superior* (Tesis maestría). Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Matemáticas, México.
- Perrenoud, P. (2010). *Diez nuevas competencias para enseñar*. España: Grao.
- Pino-Fan, L., y Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36 (1), 87-109.

- Rico, L. (2013). El método de Análisis Didáctico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 33, 11-27.
- Rojas, N., Carrillo, J., Flores, P. (2012). Características para identificar a profesores de matemáticas expertos. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI*, (pp. 479 - 485). Jaén: SEIEM
- Secretaria de Educación Pública -SEP-. (2016a). *Propuesta curricular para la educación obligatoria 2016*.
- Secretaria de Educación Pública -SEP-. (2016b). *Nuevo currículo de la educación media superior. Campo disciplinar de matemáticas. Bachillerato General*. Nuevo Modelo Educativo.