

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

Learning situation for 4th year secondary school students, based on PBL and focused on the use of tessellations, surfaces of revolution, golden rectangles, and GeoGebra for the creation of everyday objects

El Cálculo y su Enseñanza

ISSN: 2007-4107 (electrónico)

Walter Gaviria Peña

waltergaviria2348@correo.itm.edu.co

Instituto Tecnológico

Metropolitano-ITM, Medellín

Colombia

Recibido: 04 de julio 2025

Aceptado: 07 de diciembre 2025

Autor de Correspondencia:

Walter Gaviria Peña



Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos © 2025 by [Walter Gaviria Peña](#) licensed under [CC BY-NC 4.0](#)

Resumen. En el presente trabajo se muestra el diseño de una situación de aprendizaje para 4to de ESO basada en ABP, orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos.

Los múltiples usos de la geometría en la industria, el arte y el diseño motivaron la propuesta de 4 proyectos para desarrollar en el aula: Florero áureo teselado, avión de papel teselado, camiseta con logotipo, y cuadro teselado enmarcado en un rectángulo áureo. Estos se podrán modelar, recrear y visualizar con GeoGebra para luego ser desarrollados físicamente y convertirlos en objetos cotidianos. Se propone la metodología ABP porque promueve el trabajo cooperativo, y permite la contextualización de contenidos geométricos a través de ambientes de aprendizaje que simulan proyectos empresariales del siglo XXI. Concluimos que la propuesta motiva intrínsecamente y potencia competencias en el estudiante al conectarlo con su entorno.

Palabras clave: Teselación, superficie de revolución, rectángulo áureo, modelo Van Hiele, GeoGebra, aprendizaje basado en proyectos (ABP), situación de aprendizaje.

Abstract. This paper presents the design of a PBL-based learning situation for 4th year secondary school students, focused on the use of tessellations, surfaces of revolution, the golden rectangle, and GeoGebra for the creation of everyday objects.

The multiple uses of geometry in industry, art, and design motivated the proposal of four projects to be developed in the classroom: a tessellated golden vase, a tessellated paper airplane, a T-shirt with a logo, and a tessellated picture framed in a golden rectangle. These can be modeled, recreated, and visualized with GeoGebra and then physically developed and turned into everyday objects. The PBL methodology is proposed because it promotes cooperative work and allows the contextualization of geometric content through learning environments that simulate 21st-century business projects. We conclude that the proposal intrinsically motivates and enhances student skills by connecting them with their environment.

Keywords: Tessellation, surface of revolution, golden rectangle, Van Hiele model, GeoGebra, project-based learning (PBL), learning situation.

1. Introducción

La geometría no recibe la atención adecuada y deseable en el sistema educativo colombiano (Cruz,2024). Es al contenido algebraico o aritmético al que se le da más protagonismo. Sin embargo, es a través de la geometría que podemos modelar y apreciar significativamente nuestro entorno físico. Razón tenía Galileo cuando insinuó que la naturaleza está escrita en lenguaje matemático, y que sus caracteres son triángulos, círculos, rectángulos, entre otras figuras. Sentenció que sin geometría no es posible comprender el universo.

Con geometría se crea arte y belleza. Sus aplicaciones son múltiples, desde la publicidad visual a través de proporciones simétricas, hasta diseños realizados por grandes empresas a través de modelos geométricos asistidos por computador. Es así como surge el interés por proponer en el presente trabajo el diseño de una situación de aprendizaje dirigida a estudiantes de 4to de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos.

La escuela requiere proyectos como el que se presenta en esta propuesta para que los estudiantes se apropien de las herramientas digitales como GeoGebra y puedan crear diseños asistidos por computador, necesarios en nuestra era digital. Además, emprender es una competencia que se debe desarrollar en las escuelas desde temprana edad. Las empresas tienen logos, y muchos de sus productos se desarrollan con base en la geometría. Los 4 proyectos propuestos (diseñar un florero áureo, elaborar un cuadro de enmarcar teselado, diseñar logotipo para camiseta, crear un avión de papel teselado) los conectara con las realidades empresariales del siglo XXI.

1.1. Justificación

La geometría desde sus orígenes se ha caracterizado por ser una rama de las matemáticas con múltiples aplicaciones prácticas. El significado etimológico de la palabra geometría que traduce “*medida de la tierra*” es una prueba de su origen práctico, y en el antiguo Egipto, se usaba para reconstruir las parcelas tras las inundaciones del río Nilo. Estas aplicaciones a lo largo de la historia se diversificaron acorde a nuevas necesidades humanas y en la actualidad se aplica al arte, arquitectura, diseño, y en la industria. Se comprueba en obras como las del artista Escher, en lugares históricos como la Alhambra, en logotipos de empresas como Mitsubishi y Toyota, o en estructuras espaciales con formas geométricas especiales y simétricas generadas por arquitectos o artistas. Muchas de estas aplicaciones se pueden lograr con el uso de teselaciones

producidas a través de traslaciones y/o rotaciones, superficies de revolución y la proporción áurea; Estas conexiones históricas y prácticas de la geometría motivan su inserción dentro del aula. Como lo plantean Cagüeño Garzón & Cifuentes Medina (2022, p. 145) la geometría conecta al estudiante con su contexto práctico a través de su propia creatividad y conocimiento intuitivo sobre el espacio.

La conexión entre figuras planas y espaciales no siempre es evidente para los estudiantes. Muchas veces no perciben las aplicaciones de la geometría en su entorno. Por ejemplo, algunos ignoran que la parábola sirve para generar una superficie de revolución llamada parabolóide, y está a la vez sirve de modelo para la elaboración de las farolas de los carros. Este tipo de conexiones sumadas a la relación de la geometría con la estética y proporcionalidad de objetos cotidianos que nos rodean, justifican la integración de las teselaciones, superficies de revolución y el rectángulo áureo en el presente trabajo. Es necesario enseñar estas conexiones en la escuela, por eso el NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas) propone los siguientes contenidos para integrar en el currículo:

1. *Características y propiedades de figuras geométricas en 2D* (teselaciones y rectángulo áureo en la propuesta) y *3D* (superficies de revolución).
2. *Uso de trasformaciones y simetrías para analizar situaciones matemáticas* (las teselaciones y superficies de revolución están asociadas a las trasformaciones y simetrías y se usan en situaciones matemáticas y no matemáticas)
3. *Visualización, razonamiento matemático y modelización.* (GeoGebra).

Ricoy y Couto (2018) señalan que la geometría enseñada con metodologías tradicionales en las cuales prima lo memorístico, repetitivo y monótono sumado a la descontextualización de los contenidos, genera en los estudiantes desmotivación, lo cual afecta su valoración respecto a la geometría y por tanto su aprendizaje. Los mismos autores señalan que existe una relación funcional directamente proporcional entre la motivación y el rendimiento académico. La metodología ABP se propone en el presente artículo porque, como señalan Yusri et al. (2024) en el ABP el estudiante construye un producto final concreto que lo conecta con su entorno. Esta conexión le da sentido a su aprendizaje y a los conocimientos clave que se pretende que adquieran, y además potencia la motivación intrínseca, necesaria para actuar eficientemente en el desarrollo de un proyecto. La propuesta de los 4 proyectos descritos contribuye a esta conexión.

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

La situación de aprendizaje que se propone en este trabajo esta contextualizada, integra diversos saberes básicos, despliega competencias específicas, tiene en cuenta el futuro del estudiante respecto a su ámbito personal, profesional y académico, es una situación motivante en la cual el estudiante es el protagonista del aprendizaje, contiene 10 actividades que los lleva a la acción constante para la elaboración de un producto final. Es decir, es una situación acorde a la siguiente definición:

“Las situaciones de aprendizaje se definen como el conjunto de situaciones y actividades que implican el despliegue, por parte del alumnado, de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas, y que contribuyen a la adquisición y desarrollo de estas” ([Enlace: LOMLOE-definiciones,2020](#))

1.2. Planteamiento del problema

Las causas que provocan dificultades en el aprendizaje de la geometría son múltiples y pueden tener origen en el profesor, el contenido, el estudiante o en el mismo currículo. En el profesor cuando sus intervenciones en el aula no son significativas; En el contenido cuando es muy abstracto y para su construcción el estudiante necesita saberes previos que no posee; En el estudiante cuando este tiene actitudes o creencias negativas respecto a la geometría, producto de la descontextualización de los saberes enseñados, lo que conlleva a la poca motivación por aprender. En el currículo cuando su diseño no tiene en cuenta el valor práctico y científico de la geometría (Socas,1997).

Estas dificultades están presentes en las aulas colombianas. Docentes sin formación didáctica, pues es permitido que un profesional no licenciado enseñe, mucho tiempo dedicado a la aritmética y el álgebra en detrimento de la geometría, y la intención del estado de formar personas para trabajos que no requieren saberes geométricos especializados, son algunas causas que generan desinterés por la geometría dentro del sistema escolar (Sáez & Muñoz ,2013). Estas dificultades generan obstáculos en el aprendizaje de la geometría, desmotivación, y desconexión entre el contexto del estudiante con los contenidos y procesos geométricos.

Es importante resaltar que el estudio de los contenidos y procesos geométricos posibilita enfrentar situaciones problemáticas que enriquecen el aprendizaje y ofrecen una mejor comprensión, descripción e interpretación del entorno en el que se vive (Abrate et al.,2006; Vasconcelos et al., 2020). Por lo tanto, consideramos que las superficies de revolución, las

teselaciones y el rectángulo áureo son contenidos geométricos que conectan con el contexto del estudiante. Objetos cotidianos como floreros, obras de arte, camisetas con logo, estructuras arquitectónicas o de ingeniería, entre otros, rodean a los estudiantes, y la utilidad de estos objetos no es desconocida para ellos, pero tampoco para los docentes no licenciados. Sin embargo, para algunos de estos y aquellos puede ser desconocida la conexión profunda entre los contenidos geométricos y los objetos cotidianos de alto valor social, económico y cultural descritos. Esta desconexión es problemática porque el estudiante no podrá tener la posibilidad de visualizar a la geometría como una herramienta conceptual y técnica que le puede servir para su futuro profesional. A continuación, se proponen los siguientes objetivos:

Objetivo general

Diseñar una situación de aprendizaje dirigida a estudiantes de 4º de ESO, basada en ABP y orientada a la utilización de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos.

Objetivos específicos

- Realizar una revisión bibliográfica sobre situaciones de aprendizaje, metodología ABP, teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo, modelo Van Hiele, y GeoGebra.
- Analizar los diversos usos en la vida cotidiana de las teselaciones, superficies de revolución, y rectángulo áureo para la creación de objetos cotidianos.
- Diseñar actividades orientadas al uso de las teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra que involucren metodologías activas como el ABP y que potencien competencias clave en estudiantes de 4to de ESO.

2. Marco teórico

En el marco teórico se presenta una investigación bibliográfica que consta de 2 bloques. El primero está enfocado en el aspecto didáctico: dificultades en el aprendizaje de las teselaciones, modelo Van Hiele, y GeoGebra. El segundo es sobre la estructura metodológica de la propuesta. Se describe un marco teórico sobre las situaciones de aprendizaje y la metodología ABP, algunas características, dificultades y las fases para su diseño.

2.1.Dificultades en el aprendizaje de las teselaciones

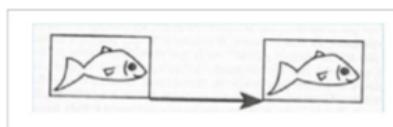
Las teselaciones se forman a partir de combinaciones de traslaciones y rotaciones en el plano. Por lo tanto, las dificultades que se presentan sobre estos 2 movimientos se pueden extrapolar a

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

las dificultades sobre las teselaciones. Identificar estas últimas es útil para el docente que diseña las situaciones de aprendizaje que se implementarán en el aula.

Jaime y Gutiérrez (1996), presentan algunas dificultades sobre las teselaciones:

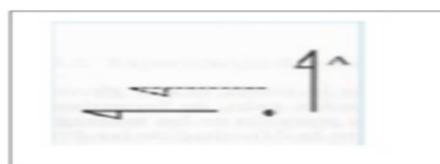
- La comprensión del concepto de vector libre: Los estudiantes suelen creer que una traslación significa mover la figura hasta la punta de la flecha que indica la dirección de la traslación.
- Al realizar traslaciones con figuras poligonales, especialmente si son rectangulares y el vector de traslación es paralelo a uno de sus lados, es común el error de dibujar el vector empezando en un extremo del lado inicial y terminando en el otro extremo del lado (Jaime y Gutiérrez, 1996).



Ejemplo de dificultad de la traslación. Fuente: Jaime y Gutiérrez. 1996.

Los mismos autores presentan las siguientes dificultades de aprendizaje sobre las rotaciones:

- Realizar una rotación de una figura sin tomar como referencia el centro de giro.



Rotación sin relación con el centro de giro. Fuente: Jaime y Gutiérrez, 1996.

- Confundir el sentido de giro cuando el ángulo es positivo o negativo.

2.2. Modelo Van Hiele aplicado a la situación de aprendizaje

El matrimonio Van Hiele creo un modelo exitoso de organización de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría (Battista,2007). Este modelo tiene una parte descriptiva que se relaciona con los niveles de razonamiento por los que pasa el estudiante para comprender un concepto. En nuestro caso nos centraremos en las teselaciones, superficies de revolución y el

rectángulo áureo. Estos niveles son el de visualización (1), análisis (2), clasificación (3), deducción formal (4), rigor (5).

La otra parte del modelo es prescriptiva y nos muestra unas fases en las que podemos apoyarnos los docentes para enseñar estos conceptos. Estas fases son la informativa, la orientación dirigida, explicitación, orientación libre, e integración. La situación propuesta ayuda a desarrollar el nivel 1 de visualización, el 2 de análisis y el 3 de clasificación, no se consideran los niveles 4 y 5 de deducción formal y rigor que se abordan en cursos avanzados de geometría demostrativa universitaria. A continuación, se describen las 5 fases del modelo Van Hiele, su relación con la situación de aprendizaje propuesta y articulación con los niveles 1,2 y 3 del modelo:

Informativa: La metodológica de aula invertida sirve para desarrollar esta fase porque se les enviará videos cortos en los que puedan identificar el lenguaje básico de las traslaciones y rotaciones, superficies de revolución y rectángulo áureo. Son videos que deben incentivar la visualización y el análisis de estos contenidos geométricos. Además, es una fase que sirve de información al docente para identificar saberes previos de los estudiantes.

Orientación dirigida: La situación contiene actividades con material diseñado por el docente que les servirá para conceptualizar los contenidos geométricos de la situación y cómo se usan para la creación de objetos cotidianos. GeoGebra es fundamental para esta fase porque ayuda a visualizar, pero también a analizar y clasificar características de los objetos geométricos tratados. Es decir, esta fase se aplica para ayudar al estudiante a potenciar el nivel 1, y a desarrollar el nivel 2 de análisis. Según Van Hiele (1986, p.97), haciendo referencia a esta fase, “*las actividades, si son escogidas cuidadosamente, forman la base adecuada del pensamiento del nivel superior*”.

Explicitación: Esta fase es trasversal a todas las actividades porque hace referencia a la manera como los estudiantes se comunican entre ellos y explican lo que van construyendo. No es una fase en la que se enseñan nuevos contenidos, sino que se analiza lo que se ha realizado en las fases anteriores. En la situación hay actividades en las que los estudiantes podrán explicitar sus aprendizajes y de esta manera enfocar el proyecto hacia un buen cauce. El papel del docente en esta fase es ayudar al estudiante a que sea consciente de sus propios niveles de razonamientos, y poder identificar los niveles 1,2,3 del modelo Van Hiele en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Orientación libre: Algunas actividades que activarán la situación de aprendizaje están pensadas para que los estudiantes de manera libre puedan resolver problemas y dar respuesta al proyecto que deben realizar. Por ejemplo, cuando crean sus diseños propios podrán dar respuesta a las

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

preguntas que vayan surgiendo durante el proyecto, pero también cabe la posibilidad de dar respuesta a nuevos problemas.

Integración: En esta fase no se enseña nada nuevo, se busca integrar todo lo que se aprendió en fases anteriores e integrarlo en un todo global para que el estudiante logre ver la situación desde una perspectiva más amplia. Socializar lo que se aprendió, mostrar el producto final del proyecto en una feria tipo taller, resumir en un Padlet lo que se hizo en alguna actividad, entre otros, ayudan simultáneamente a esta integración y a la evaluación.

GeoGebra es una herramienta que ayuda a potenciar la visualización y análisis de contenidos geométricos, procesos cognitivos necesarios para crear modelos geométricos asistidos por computador.

GeoGebra

GeoGebra es una aplicación de carácter gratuito que puede ser usado desde el computador o desde el celular, es un recurso que sirve para comprender conceptos de álgebra, geometría, análisis, estadística, entre otras ramas de las matemáticas. Sirve para superar algunas dificultades que se presentan en estas áreas y que están asociadas a la visualización y análisis, a la verificación de procedimientos y soluciones, a la realización de gráficos en 2D y 3D.

A los estudiantes les gusta lo digital, les atrae y hace parte de su contexto. Son nativos digitales. Enseñarles GeoGebra con un objetivo práctico para desarrollar proyectos, genera aprendizajes significativos. Este recurso facilita la adquisición del pensamiento geométrico, permitiendo que el estudiante sea el principal protagonista de su propio proceso de aprendizaje (Jiménez y Jiménez, 2017).

GeoGebra es fundamental en la elaboración de los 4 proyectos que los estudiantes deben realizar. Se pueden crear diferentes superficies de revolución de manera artesanal, es decir, sin necesidad de ecuaciones o fórmulas. Basta con graficar la directriz, identificar el eje de rotación, y usar el comando “superficie de revolución”. Para la teselación se pueden hacer combinaciones de traslaciones y/o rotaciones con comandos que son fáciles de manipular. Además, con estas rotaciones se pueden crear los logotipos para las camisetas.

Con GeoGebra es posible descargar imágenes como camisetas para que los estudiantes visualicen como será su proyecto. También tiene rectas y circunferencias que sirven como “regla” y

“compás” para la construcción del rectángulo áureo. El objetivo es que los estudiantes identifiquen patrones y características geométricas sin recurrir a formulas avanzadas del cálculo vectorial y multivariable. El enfoque es visual, analítico y práctico que conlleven al estudiante a la elaboración del proyecto.

Respecto a algunos antecedentes, Guevara (2021) realizó una investigación con un grupo de 40 estudiantes que recibieron un curso de nivelación de matemáticas. El contenido es sobre funciones cuadráticas, relacionadas con geometría por sus formas parabólicas. Después de aplicar una prueba de conocimientos para las dimensiones conceptual y procedimental y otro para la dimensión actitudinal a un grupo experimental y de control, se concluye que el software GeoGebra implementado con fines didácticos mejora significativamente el aprendizaje, superando el modelo tradicional de enseñanza.

2.3. Situaciones de aprendizaje

Según se especifica en la LOMLOE, “*las situaciones de aprendizaje se definen como el conjunto de situaciones y actividades que implican el despliegue, por parte del alumnado, de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas, y que contribuyen a la adquisición y desarrollo de estas*”. Inspirados en esta definición y acordes a el objetivo del presente trabajo, se presenta a continuación un modelo estructurado en fases para el diseño de una situación de aprendizaje, fundamentado en el decreto 39/2022, 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León:

1. Fase de motivación: Para esta fase se invita al docente a que en las primeras actividades se muestren videos, fotografías, retos o problemas al estudiante para motivarlo intrínsecamente a desarrollar la situación. Actividades que inviten a la acción física y mental. Realizar conjjeturas, cortar papel y diseñar objetos. En esta fase es importante que los estudiantes desplieguen sus conocimientos previos.

2. Fase de desarrollo: Luego de motivarlos intrínsecamente, para esta fase los estudiantes estarán dispuestos a desarrollar las actividades posteriores que están más enfocadas a lograr aprendizajes significativos. Aprendizajes que ayudan a desplegar las competencias clave: STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas), digital (CD), emprendedora (CE), conciencia y expresiones culturales (CCEC), personal, social y de aprender a aprender (CPSAA)

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

([Competencias Clave](#)). Pero también aprendizajes que permiten alcanzar los objetivos de la situación y los de etapa, útiles para su vida presente y futura.

3.Fase producto final y difusión: En esta fase se podrá evidenciar y valorar el esfuerzo, aprendizaje y motivación intrínseca del estudiante respecto a la situación. El estudiante podrá exponer su producto final a través de una exposición, maqueta, blog, feria tipo aula taller, entre otras. Se podrá integrar todo lo aprendido en la situación de aprendizaje, y se podrá percibir desde una perspectiva global la utilidad de la situación para la vida personal y académica del estudiante.

Es importante resaltar que durante la situación se deben realizar evaluaciones constantemente para mejorar el aprendizaje del estudiante, para planificar mejor las próximas actividades, incluso para tomar decisiones adecuadas que ayuden a lograr los objetivos de la situación.

Metodología ABP

La situación de aprendizaje propuesta se alinea con la metodología ABP. Esta metodología se centra en el trabajo en grupo de los estudiantes, promoviendo tanto la cooperación como la colaboración, y se desarrolla a través de un proyecto inserto en un contexto real y cotidiano (Antón y Sánchez, 2020).

Mediante el uso de recursos y la aplicación de conocimientos adquiridos, los estudiantes logran desarrollar un producto final vinculado al proyecto y a los objetivos de aprendizaje establecidos. Esta metodología no puede ser equiparada a una actividad adicional, sino que constituye la piedra angular del proceso educativo para adquirir las competencias previstas (Flores y Juárez, 2017).

El proyecto debe ser coherente para los estudiantes y despertar su interés para motivar su desarrollo. Además, es crucial que esté alineado con los objetivos educativos y se relacione con los conocimientos fundamentales del tema en cuestión. A lo largo del proceso, se llevarán a cabo actividades que conducirán al producto final, permitiendo al alumno reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje (Trujillo, 2015).

La siguiente **figura 1** resume los conceptos que se deben tener en cuenta para la elaboración de un proyecto. Las sesiones de la situación de aprendizaje se relacionan con esta figura:



Figura 1: Elaboración propia basada en Harwell, 1997

En la siguiente **tabla 1** se analizan los beneficios y dificultades de un aprendizaje basado en proyectos.

Beneficios	Dificultades
Se desarrolla el pensamiento reflexivo y crítico.	Se puede sentir fracaso e incompetencia con los fallos.
Se desarrolla la capacidad para utilizar lo aprendido en situaciones reales.	Se puede cometer el error de repartirse las tareas en vez de trabajar todos en todas las fases.
Se aprende a trabajar en grupo, hacer hipótesis, tomar decisiones, gestionar tareas...	Puede haber obstáculos que no se puedan superar de forma individual.
Se potencia la creatividad y la responsabilidad.	Es imprescindible tener la predisposición a desarrollar ciertas cualidades.

Tabla1: Elaboración propia basada en Rosales et al., 2018.

Existen algunos antecedentes exitosos en la implementación de esta metodología. Flores y Juárez (2017) utilizaron esta metodología con contenidos relacionados con la geometría y la trigonometría, en donde destacaron el desarrollo de competencias específicas en estudiantes de secundaria, y además valoraron la importancia del uso de las TIC para resolver ciertos problemas haciendo uso de métodos gráficos y numéricos. La investigación realizada demostró que los estudiantes adquirieron aprendizajes avanzados y desarrollaron habilidades de pensamiento crítico y creativo mientras elaboraban su producto final.

3. Propuesta didáctica

La presente propuesta es el diseño de una situación de aprendizaje para estudiantes de 4to de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

áureo y GeoGebra. Se pretende que los docentes implementen esta propuesta para potenciar algunas competencias clave como la STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas), digital (CD), emprendedora (CE), conciencia y expresiones culturales (CCEC), personal, social y de aprender a aprender (CPSAA), descritas en la LOMLOE([Competencias Clave](#)).

Se presentan a continuación 10 sesiones innovadoras, cada una tiene un título, se describe a grandes rasgos cada una de las actividades, lo cual sirve de apoyo al docente que quiere implementarlas en el aula. Se describen los objetivos de cara a los estudiantes, los contenidos, criterios de evaluación y las competencias que se pueden desarrollar con la actividad. También la temporalización, los recursos o materiales que se requieren y la descripción de cada momento. Además de la evaluación, los criterios, los instrumentos y el baremo. La primera sesión está enfocada en la conformación de grupos heterogéneos a través de dinámicas innovadoras. La sesión 2 consiste en un juego. Las sesiones 3,4,5,6 se enfocan en el uso de GeoGebra para desarrollar los modelos de los 4 proyectos. La sesión 7 pretende que los estudiantes conozcan los proyectos y seleccionen una de las 4 opciones para su realización (también pueden proponer). En la 8 y 9 deben elaborar su proyecto. Y en la 10 deben realizar una presentación ante una audiencia cualificada. Las competencias, criterios de evaluación y contenidos se han sacado del currículo LOMLOE con su respectiva numeración y basados en 4to de ESO, que es la población a la cual va dirigida la propuesta, aunque se puede adaptar a otros niveles. En los enlaces siguientes se podrá encontrar todo lo referente a los saberes básicos, competencias específicas, criterios de evaluación y competencias claves que se pueden desplegar al implementar cada sesión dentro del aula:

- [Competencias específicas-criterios-saberes básicos](#)
- [Competencias clave-descriptores de salida](#)

Se ha elegido matemáticas A porque es un proyecto práctica de la vida real. En la imagen siguiente se muestran algunos de los proyectos posibles que se pueden realizar con la propuesta. Además de algunas creaciones hechas por estudiantes de instituciones educativas en las que los investigadores de este trabajo han participado.

	
<p>Florero con proporciones áureas. Es decir, que la altura sobre el ancho de como resultado en número de oro phi. La parte externa del florero se tesela.</p>	<p>Camiseta con logotipo para una empresa. Se elaboró con GeoGebra. Se realizan traslaciones y rotaciones.</p>



Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

Sesión 1

Título:	Conformando grupos cooperativos		
Introducción de la actividad:	<p>En esta primera actividad se busca crear grupos de 4 estudiantes para trabajar durante todo el proyecto. Se realizarán lúdicas que servirán para “romper el hielo” y al final se realizará una situación que consiste en una competencia cooperativa en la cual los estudiantes con el uso de sus elementos escolares que tengan a su disposición en el maletín tendrán que construir una torre. El objetivo es crear estrategias para poder levantar la torre con mayor longitud posible. Al finalizar esta experiencia, se socializan los elementos importantes de la metodología ABP con la que se trabajará en la situación y que se relaciona con el trabajo cooperativo.</p>		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> • Aprender a trabajar en grupos cooperativos y heterogéneos para sortear situaciones problemáticas o retos. • Identificar elementos del trabajo en equipo para la consecución de objetivos colectivos a partir de estrategias concertadas, dialogadas y ejecutadas. • Identificar los elementos principales de la metodología ABP para el desarrollo de un proyecto. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)
F. 2. a, –F. 3. a.	10	10.2	CPSAA3
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:
50 minutos	Aula de clase	Bafle para música, pelota, objetos de cada estudiante.	Grupos de 4 estudiantes
Metodología (dinámica del aula-momentos):	<p>Momento 1(15 minutos): Invitar a los estudiantes a que caminen por el espacio del salón. Se les dice que existen velocidades entre 1 y 10. 1 es quieto. 10 es caminar a máxima velocidad. Se coloca música, la cual es utilizada por el profesor para indicar un número y ellos caminan de acuerdo con ese número. Luego deben parar y con el que primero se encuentren deben hacerse uno al frente del otro y mirarse fijamente sin hablar hasta que el docente de la orden de seguir. Se repite lo anterior 3 veces.</p> <p>Momento 2(15 minutos): Se forma un círculo con los estudiantes y el profesor. El profesor pasa la pelota a un estudiante y dice su nombre, el estudiante que recibe se la pasa a otro diciendo su propio nombre, y así sucesivamente hasta completar el grupo (sin repetir). Luego se les pide que se devuelvan recordando quien le tiro la pelota y su nombre. (ejercicio de concentración). Luego se le entrega la pelota a un estudiante para que se la tire a otro con el que desea trabajar en equipo de 4, pero debe especificar una característica que lo diferencie de su compañero elegido.</p> <p>Momento 3(20 minutos): Con los grupos conformados se les pide que construyan una torre con los elementos que tienen dentro de sus maletines escolares. Gana el grupo que logre montar la torre más alta. Al final se socializa con los estudiantes la importancia de trabajar en equipo y los fundamentos del ABP.</p>		
Evaluación:	<ul style="list-style-type: none"> • Criterios: Se usará la rúbrica 2(ANEXO G). Se evalúa el criterio “trabajo cooperativo”. • Instrumentos: Rúbrica 2(Anexo G). Tabla de observación directa (ANEXO E). • Baremo: Acorde a la rúbrica 2. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio. 		

Tabla 1. Ficha de la sesión 1. Elaboración propia.

Sesión 2

Título:	Juego de los 24 cuadrados		
Introducción de la actividad:	<p>En esta segunda actividad se le asigna a cada grupo 2 hojas de fomi. Se les explica o recuerda lo que significa un cuadrado y un rectángulo, además de su área. Se les plantea el siguiente problema: Cada hoja de Fomi cuesta 1000 pesos. Deben construir 24 cuadrados idénticos con la menor cantidad de material desperdiciado. Deben diseñar un plan para desperdiciar la menor cantidad de material. ¿Cuánto dinero cuesta el material desperdiciado? Luego con estos 24 cuadrados deben jugar el siguiente juego: El juego será de 2 contra 2. Se pueden escoger por turno un máximo de 3 cuadrados. Pierde quien tome el último cuadrado. Luego se les planteará el problema siguiente: si te toca iniciar el juego, ¿cuál es la estrategia que usarías para ganar siempre independientemente de lo que elija el contrincante? Esta estrategia se debe discutir grupalmente. Después de que el grupo tenga clara la estrategia, se les plantea el problema siguiente: Si el juego fuera de 56789 cuadrados, ¿iniciarías el juego?, cedes al contrincante el inicio del juego? En caso de iniciarla ¿con cuántos iniciarás? Al final se les dará un enlace de Padlet para que expresen sus respuestas grupales a este problema. Este problema tiene variaciones didácticas, como por ejemplo cambiar condiciones de juego. Se les pide que usen ecuación de recta. Incluso se puede adaptar para que apliquen los sistemas de ecuaciones 2x2. Estos temas hacen parte del currículo de 4to de ESO en Colombia. Luego esta sesión conecta con el proyecto y a la vez con contenidos que se trabajan en este nivel educativo.</p>		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> • Construir con regla y compás un cuadrado de lado dado. • Identificar estrategias para dar solución a un problema que se presenta en forma de juego. • Potenciar el razonamiento deductivo e inductivo, la generalización y la representación algebraica para resolver problemas. • Tomar decisiones cooperativamente para resolver un problema o juego. • Identificar patrones y regularidades numéricas para dar respuesta a problemas relacionados con juegos. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)
A.4.a – D.1.a – D.3.a, –D.5.a, –F.2.b.	1 – 3 – 8	1.1 – 1.2	STEM1, STEM4, CD2, CPSAA5.
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:
50 minutos	Aula de clase, casa	Internet, docente, cuadrados hechos en fomi.	Grupos de 4 estudiantes(presencial) Individual (previo a la sesión presencial)
	<p>Momento 1(15 minutos): Explicar las condiciones del juego jugar.</p> <p>Momento 2(15 minutos): Proponer el problema: si te toca iniciar, ¿cuál estrategia usarías para ganar siempre independientemente de lo que escoja el contrincante.</p>		

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

Metodología (dinámica del aula-momentos):	Momento 3(20 minutos): Socializar estrategias, y proponer problema para el siguiente encuentro. Problema: teniendo en cuenta la estrategia para ganar el juego de los 25 cuadrados, suponga que el juego fuera de 56789 cuadrados. ¿Prefieres iniciar el juego o ceder el turno? Si decides iniciar decir por qué y cuántos cuadrados tomarías para iniciar.
Evaluación:	<ul style="list-style-type: none"> Criterios: Trabajo cooperativo, resolución de problemas (Ver rubricas en ANEXO F, ANEXO G) Instrumentos: Rúbricas (Anexos F y G). Tabla de observación directa (Ver ANEXO E) Baremo: Ver rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio.

Tabla 2. Ficha de la actividad 2. Elaboración propia.

Sesión 3

Título: Acercaéndonos a las traslaciones y rotaciones..... Vamos por las teselaciones.			
Introducción de la actividad:	<p>Con los 24 cuadrados realizados en fomi y con los que se trabajó en la sesión 2, se trabajará en esta sesión. Se les entregará un material diseñado por el docente. Se involucra la segunda figura geométrica principal que es el rectángulo. Se les pedirá que realicen arreglos rectangulares con 1 cuadrado (un cuadrado es un rectángulo), luego con dos rectángulos, luego con 3, y así sucesivamente. La condición es que los cuadrados no se pueden superponer unos a otro. Un arreglo se considera igual a otro si tienen las mismas dimensiones, o lo mismo, si se puede realizar movimientos de traslación y rotación para hacer coincidir una estructura con otra. De esta manera se van acercando a las traslaciones y rotaciones, y por tanto a las futuras teselaciones. Además, se colocarán problemas en los cuales los estudiantes tienen que hacer conjeturas y buscar estrategias para dar respuesta a las preguntas que se les plantea en el material. Es una sesión que combina geometría, aritmética y álgebra. Busca potenciar la generalización, la búsqueda de estrategias, la modelación y el razonamiento inductivo. En el material siguiente también se añaden 3 problemas relacionados con la sesión anterior. Esto con el fin de socializar y no perder conexión con las sesiones previas. El número de divisores es clave, y esto puede ser motivo para mostrar a los estudiantes otro tipo de funciones o sucesiones diferentes a la lineal.</p> <p>Material para estudiantes: Es un material pertinente para 4to de ESO. Involucra aritmética, Geometría y álgebra. También se permite desarrollar procesos importantes en el aprendizaje como: explorar, conjeturar, generalizar. Todo nace del juego en sesión 2. Ver ANEXO D.</p>		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> Identificar estrategias para dar solución a un problema. Potenciar el razonamiento inductivo, la generalización y la representación algebraica para resolver problemas. Tomar decisiones cooperativamente para resolver un problema. Identificar patrones y regularidades numéricas para dar respuesta a problemas. Proponer conjeturas que den respuesta a un problema planteado. Identificar intuitivamente el significado de traslación y rotación con material manipulativo físico. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)
A.4.a – D.1.a – F.2.a	1 – 3 – 8	1.1 – 1.2	STEM1, STEM4, CD2, CPSAA5.

Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:
50 minutos	Aula de clase Casa	Internet, docente, cuadrados hechos con fomi, regla, hoja milimétrica.	Grupos de 4 estudiantes(presencial)
Metodología (dinámica del aula-momentos):		<p>Momento 1(5 minutos): Entrega de material diseñado por el docente.</p> <p>Momento 2(30 minutos): Trabajar el material con guía del docente cuando sea necesario.</p> <p>Momento 3(15 minutos): Socializar dudas e inquietudes. Se les propone participar en un Padlet para colocar estrategias de solución para los problemas que no se logren resolver en clase.</p>	
Evaluación:		<ul style="list-style-type: none"> Criterios: Trabajo cooperativo, traslaciones y rotaciones, resolución de problemas. (Ver rúbricas ANEXO F, ANEXO G). Instrumentos: Rúbricas (Anexos F y G). Tabla de observación directa (ANEXO E). Baremo: Acorde a lo que se ve en las rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio. 	

Tabla 3. Ficha de la actividad 3. Elaboración propia

Sesión 4

Título: GeoGebra, traslaciones y rotaciones...acercamiento a las teselaciones.			
Introducción de la actividad:	<p>Para esta sesión se usará el enfoque de aula invertida. Se les compartirá un video diseñado por el docente en el cual se les explicará los comandos básicos para la traslación y rotación de figuras. Además, los conceptos básicos sobre traslación y rotación. Será un video corto de aproximadamente 5 minutos. En la clase presencial responderán varias preguntas relacionadas con estos conceptos con el uso de la aplicación QUIZIZZ. Luego se les pedirá que realicen los mismos dibujos que realizaron en la sesión 3, pero con el uso de GeoGebra. Además, se les pedirá que realicen algunos logotipos realizando solamente rotaciones. De esta manera se les va preparando para la siguiente sesión dedicada exclusivamente a las teselaciones. Se les entregará material visual con logotipos que deben recrear en GeoGebra. Con esta sesión se le acercará a uno de los proyectos: diseñar una camiseta con logotipo propio de una empresa inventada por ellos y que refleje intereses personales. Se Comparte enlace de Padlet para compartir construcciones que no logren realizar en la clase presencial.</p> <p>Material para estudiantes: El material consiste en crear con GeoGebra algunas figuras simétricas usando rotaciones. también se hace acercamientos a posibles emprendimientos. Ver ANEXO A.</p>		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> Identificar los elementos fundamentales de una traslación. Identificar los elementos fundamentales de una rotación. Usar rotaciones para reconstruir figuras simétricas o estéticas. Realizar traslaciones con GeoGebra. Potenciar la visualización de estructuras geométricas mediante el uso de GeoGebra. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)
C. 1.a – C. 2.a – C. 3.a	7 – 8	7.1 – 8.1	STEM3, STEM4, CD2, CD5, CCEC4.
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

50 minutos	Aula de clase, casa, aula de informática.	Internet, docente, material realizado por el docente, GeoGebra.	Grupos de 4 estudiantes(presencial)
Metodología (dinámica del aula-momentos):	<p>Momento 1(10 minutos): Realización de cuestionario con QUIZIZZ y con preguntas sobre el video visto. Preguntas sobre traslación y rotación.</p> <p>Momento 2(30 minutos): Entregar material para que resuelvan actividades propuestas en GeoGebra.</p> <p>Momento 3(10 minutos): Socializar algunas construcciones hechas con GeoGebra. Lo que no se logre socializar en clase, se comparte en el Padlet.</p>		
Evaluación:	<ul style="list-style-type: none"> Criterios: Trabajo cooperativo, traslaciones y rotaciones, resolución de problemas, manejo de GeoGebra. (Ver rúbricas ANEXO F, ANEXO G). Instrumentos: Rúbricas (Anexos F, G). Tabla de observación directa (ANEXO E). Participación Padlet y QUIZIZZ. Baremo: Acorde a lo que se ve en las rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio. 		

Tabla 4. Ficha de la actividad 4. Elaboración propia.

Sesión 5

Sesión 5			
Título: Teselando el plano con GeoGebra, el número áureo y emprendimientos.			
Contenido	Objetivos		
Introducción de la actividad:	<p>Para esta sesión se usará el enfoque de aula invertida. Se les compartirán 3 videos cortos en los cuales se les explicará los comandos básicos de GeoGebra para la elaboración de 2 tipos de teselaciones que combinan traslaciones y rotaciones, pero también cómo se hace un rectángulo áureo. En el encuentro presencial se les llevará a la sala de cómputo e individualmente deben realizar una teselación de acuerdo con lo que vieron en los videos, y deben realizar luego el rectángulo áureo. Se les entregará un material diseñado por el docente en el que se les pide que realicen un logo en GeoGebra y lo peguen a una camiseta. Además de crear una teselación propia que quede contenida en el rectángulo áureo. Al final se les comparte un enlace de Padlet para que compartan sus creaciones y diseños.</p> <p>Material para estudiantes: En sesión 4 crean logos con GeoGebra. El material que se les entrega es para que realicen logo de camiseta para una empresa. Pueden hacerlo con GeoGebra. También se pide crear rectángulo áureo. Además, se enmarca teselación en rectángulo áureo. Ver ANEXO B.</p>		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> Identificar los elementos fundamentales de una traslación. Identificar los elementos fundamentales de una rotación. Realizar teselaciones con GeoGebra. Potenciar la visualización de estructuras geométricas mediante el uso de GeoGebra. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)

C.1.a – C.2.a – C.3.a	7 – 8	7.1 – 8.1	STEM3, STEM4, CD2, CD5, CCEC4.
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:
50 minutos	Aula de clase, casa, aula de informática.	Internet, docente, GeoGebra.	Individual (presencial) y en grupo de 4 para la entrega del Collage en Padlet.
Metodología (dinámica del aula-momentos):	<p>Momento 1(35 minutos): Realización de las teselaciones propias de acuerdo con las indicaciones del video y a la guía del docente. Realización del rectángulo áureo.</p> <p>Momento 2(15 minutos): Socialización de las teselaciones realizadas en las que cada estudiante mira las teselaciones de los demás. Además de los diseños de las camisetas con logotipo propio en GeoGebra y la teselación enmarcada en el rectángulo áureo.</p>		
Evaluación:	<ul style="list-style-type: none"> Criterios: Trabajo cooperativo, traslaciones y rotaciones, manejo de GeoGebra. (Ver rúbricas ANEXO F, ANEXO G). Instrumentos: Rúbricas (Anexos F, G). Tabla de observación directa (ANEXO E). Participación en Padlet. Exposición de lo que crearon. Baremo: Acorde a lo que se ve en las rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio. 		

Tabla 5. Ficha de la actividad 5. Elaboración propia.

Sesión 6

Título: Superficies de revolución, número áureo y GeoGebra...Florero áureo y aviones de papel.			
Introducción de la actividad:	<p>Previo al encuentro presencial se les compartirá un video corto en el cual se les explicará cómo se usa GeoGebra para construir superficies de revolución de manera artesanal, es decir, con los comandos que brinda GeoGebra, pero hacer énfasis en los aspectos cualitativos como: curva directriz, eje de revolución, rotación. No se profundiza en formulas avanzadas de cálculo, pero si en aspectos cualitativos necesarios para desarrollar el proyecto y adquirir las bases teóricas para comprender las superficies de revolución. Además, deben realizar modelos de aviones de papel. Para esto se les dará el enlace de una página para que vean los modelos. Se les entregará un material diseñado por el docente con indicaciones sobre las tareas a realizar. Se usará GeoGebra para realizar diseño de un florero Áureo. Este florero tiene altura y ancho tal que la división de estos valores de el numero φ. Además el avión de papel deben realizarlo con las teselaciones hechas en la sesión anterior. Para esto deben imprimir las hojas con dicha teselación. Se proponen preguntas problematizadoras como, por ejemplo: ¿Qué dimensiones tiene la hoja de papel para que el largo y ancho del avión respeten la proporción aurea?</p> <p>Material para estudiantes: Se busca con este material la creación del modelo de un florero áureo (altura sobre ancho igual a número de oro) con GeoGebra. Adicionalmente se propone el diseño de un avión de papel teselado. Ver ANEXO C.</p>		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> Identificar los elementos fundamentales de una rotación de una curva en el espacio. Identificar los elementos básicos de una superficie de revolución. Potenciar la visualización de estructuras geométricas mediante el uso de GeoGebra. Reconocer objetos cotidianos y artísticos en el entorno y simularlos con GeoGebra. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)
C.1.a – C.2.a – C.3.a	7 – 8	7.1 – 8.1	STEM3, STEM4, CD2, CD5, CCEC4.
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

50 minutos	Aula de clase, casa, aula de informática.	Internet, docente, GeoGebra.	Individual (presencial) y en grupo de 4 para la entrega de imágenes en Padlet.
Metodología (dinámica del aula-momentos):	<p>Momento 1(25 minutos): Realización de una superficie de revolución propia teniendo en cuenta lo aprendido en el video. Se entrega material diseñado por el docente y deben realizar dos modelos de avión de papel con las indicaciones dadas.</p> <p>Momento 2(15 minutos): Compartir superficie de revolución simulada con GeoGebra. Además, compartir los diseños de avión de papel elegido.</p> <p>Momento 3(10 minutos): Socialización sobre lo realizado en clase y recordar la participación en el Padlet sobre las superficies de revolución realizadas en clase y los modelos de avión. Además, invitarlos a que investiguen sobre otros objetos que tengan forma de superficie de revolución. Para ello deben compartir fotografías de objetos que vean que tengan formas de superficie de revolución. Pueden servir para el producto final.</p>		
Evaluación:	<ul style="list-style-type: none"> Criterios: Trabajo cooperativo, traslaciones y rotaciones, superficies de revolución, manejo de GeoGebra. (Ver rúbricas ANEXO F, ANEXO G). Instrumentos: Rúbricas (Anexos F, G). Tabla de observación directa (ANEXO E). Participación en Padlet. Baremo: Acorde a lo que se ve en las rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio. 		

Tabla 6. Ficha de la actividad 6. Elaboración propia.

Sesión 7

Título:	Proyecto: Usos de las teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos... ¿Emprendimientos?		
Introducción de la actividad:	<p>En la presente sesión se busca integrar todo lo que se ha aprendido hasta el momento a través de la elaboración de un proyecto. Las sesiones anteriores son entrenamientos para poder llegar a estas últimas sesiones con suficientes herramientas conceptuales que brinda la geometría (teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo) para construir el producto final. La sesión consiste en proponer una pregunta: ¿Cómo usar las teselaciones, las superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos que aparecen en la realidad y que elaboran seres humanos y empresas? Se les propone algún objeto cotidiano siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> Camiseta con logotipo propio (Mostrar Logos famosos). Florero áureo teselado (mostrar fotos que compartieron en Padlet). Diseño avión teselado (Mostrar aviones reales y los que diseñaron en sesión 6) Cuadro teselado áureo (Mostrar obras de arte como las de Escher). <p>Los estudiantes escogen alguna de estas propuestas de acuerdo con sus intereses personales, combinarlas o proponer lo que deseen que no estén en esta lista, pero donde se usen conceptos aprendidos. Luego se les pedirá el tipo de materiales que usarían en la clase para el diseño, cómo usarían estos materiales para el diseño físico de su propuesta. El nombre que le colocarían a la propuesta y por qué. Se les plantea la pregunta: ¿les sirve todo lo aprendido y la propuesta para crear un emprendimiento? En esta fase deben investigar, proponer, exponer un esbozo de su propuesta. Además, se les plantea esta situación problemática: la institución realizará un evento (feria matemática), y ustedes son los elegidos para la decoración de este. Pero también deben crear el logotipo. De lo aprendido hasta el momento, ¿que proponen para esta decoración y logotipo?</p>		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> Trabajar cooperativamente en grupos heterogéneos para dar soluciones a la elaboración de un proyecto. Usar teselaciones, superficies de revolución, GeoGebra para la creación de objetos artísticos. Relacionar las teselaciones, superficies de revolución y GeoGebra con posibles emprendimientos individuales o grupales. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)

F. 1.a – F. 2.a – F. 3.a	10	10.1	CE1, CE2, CE3, CCEC4.
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:
50 minutos	Aula de clase, casa.	Internet, docente.	Trabajo en grupos de 4.
Metodología (dinámica del aula-momentos):			<ul style="list-style-type: none"> Momento 1(15 minutos): Presentación del proyecto a través de imágenes. Se les presenta el diseño de una camiseta con un logotipo, un florero áureo con forma de superficie de revolución con parte externa parecida a una teselación, un diseño de avión real con diseños exteriores, cuadros de colgar con imágenes teseladas o con formas geométricas, u obras como las de Escher. Momento 2(25 minutos): Resolver el siguiente cuestionario: ¿Qué propuesta te gustaría ejecutar y por qué? ¿Cuáles conceptos geométricos estas involucrados en tu propuesta? ¿Tienes alguna propuesta diferente a las que presentó el profesor, pero que involucre teselados, rectángulo áureo y superficies de revolución? ¿Qué materiales caseros requieren para la elaboración? ¿Estos materiales requieren alguna forma geométrica especial? ¿Cómo usarían estos materiales para la elaboración del producto? ¿Qué nombre le van a colocar a la propuesta y por qué? Supongan que van a crear un emprendimiento: ¿cómo usar su propuesta para el emprendimiento? He de recordarles que son los que van a proponer la decoración para la feria de las matemáticas. Momento 3(10 minutos): Se les comparte enlace de Lino para que en los corchos coloquen sus respuestas. He de recordarles que para la próxima reunión deben realizar una exposición corta sobre su propuesta y llevar los materiales para elaboración de producto final.
Evaluación:			<ul style="list-style-type: none"> Criterios: Trabajo cooperativo, desarrollo producto final (Ver rúbricas ANEXO F, ANEXO G). Instrumentos: Rúbricas (Anexos F, G). Tabla de observación directa (ANEXO E). Participación en Lino (https://en.linoit.com/) Baremo: Acorde a lo que se ve en las rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio.

Tabla 7. Ficha de la actividad 7. Elaboración propia.

Sesión 8

Título:	Proyecto: creando ando el objeto el objeto cotidiano ...emprendiendo con ayuda de las teselaciones, GeoGebra rectángulo áureo y superficies de revolución.		
Introducción de la actividad:	Previamente al encuentro presencial se les comparte el enlace de Lino para que expresen todo lo relacionado con el producto final. Esto de acuerdo con lo trabajado en sesión 7. En el encuentro presencial los estudiantes en grupos de 4 deben exponer su propuesta. Es una exposición de máximo 3 minutos. El resto de la sesión deben iniciar la creación del objeto físico que representa su propuesta. Deben llevar materiales para su elaboración. Además, el diseño que van a crear debe estar sustentado de acuerdo con las teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra. En esta sesión se lleva un experto en temas de emprendimiento y cómo la publicidad visual ayuda a su fortalecimiento. Es una pequeña exposición de 10 minutos.		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> Trabajar cooperativamente en grupos heterogéneos para dar soluciones a la elaboración de un proyecto. Usar teselaciones, superficies de revolución, GeoGebra para la creación de objetos artísticos. Relacionar las teselaciones, superficies de revolución y GeoGebra con posibles emprendimientos individuales o grupales. Identificar las relaciones principales entre la publicidad visual y la geometría. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

F. 1. a – F. 2. a – F. 3. a	10	10.1	CE1, CE2, CE3, CCEC4.
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:
50 minutos	Aula de clase, casa.	Internet, docente, materiales para cada propuesta.	Trabajo grupos de 4.
Metodología (dinámica del aula-momentos) :			<p>Momento 1(30 minutos): Exposición del proyecto o propuesta de cada grupo. Máximo deben exponer en 3 minutos. Pueden usar medios tecnológicos como Power Point, entre otros. Luego expone el experto en emprendimiento para dar ideas de la conexión entre geometría y publicidad visual.</p> <p>Momento 2(20 minutos): Inicio de la elaboración física del producto final.</p>
Evaluación :	<ul style="list-style-type: none"> Criterios: Trabajo cooperativo, desarrollo producto final (Ver rúbricas ANEXO F, ANEXO G). Instrumentos: Rúbricas (Anexos F, G). Tabla de observación directa (ANEXO E). Participación en Lino. Baremo: Acorde a lo que se ve en las rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio. 		

Tabla 8. Ficha de la actividad 8. Elaboración propia.

Sesión 9

Título:	Proyecto: terminando el producto final y propuesta de tríptico ...		
Introducción de la actividad:	Para esta sesión se da tiempo a los estudiantes para que terminen de elaborar el objeto físico asociado a su propuesta. Además, se les pide que hagan un esbozo de un tríptico en el que libremente van a expresar todo lo relacionado con su propuesta, y en caso de querer venderla a alguna empresa, como harían dicho tríptico para dar la información más relevante. Después de terminar esta sesión se les comparte un video en el que se explique cómo realizar un tríptico. Además, en esta sesión los estudiantes podrán interactuar con el encargado de dictar el curso de artística. Este experto les ayudara a manejar los materiales para la creación del producto final.		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> Trabajar cooperativamente en grupos heterogéneos para dar soluciones a la elaboración de un proyecto. Usar teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos. Relacionar las teselaciones, superficies de revolución y GeoGebra con posibles emprendimientos individuales o grupales. Identificar “tips” para manipular materiales y ser eficientes con los mismos teniendo en cuenta la ayuda de un experto. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)

F. 1.a – F. 2.a – F. 3.a	10	10.1	CE1, CE2, CE3, CCEC4.
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:
50 minutos	Aula de clase, casa.	Internet, docente, materiales para cada propuesta.	Trabajo grupos de 4.
Metodología (dinámica del aula-momentos) :			Momento 1(25 minutos): Terminar de crear el objeto físico asociado a la propuesta de cada grupo. En esta parte el docente revisa sus propuestas y construcciones. Además, tendrán la guía del docente que dicta artes plásticas. Momento 2(25 minutos): Discutir sobre como elaborar el tríptico. Este debe tener en su encabezado el nombre de la propuesta (sencillo, creativo, llamativo), luego una presentación. Pensar en una imagen para agregar. En otra parte realizar una descripción en que consiste el emprendimiento. Al final el nombre de los integrantes del grupo. Se les comparte video para terminar el tríptico por fuera de clase.
Evaluación :			<ul style="list-style-type: none"> • Criterios: Trabajo cooperativo, desarrollo producto final (Ver rúbricas ANEXO F, ANEXO G). • Instrumentos: Rúbricas (Anexos F, G). Tabla de observación directa (ANEXO E). Tríptico. • Baremo: Acorde a lo que se ve en las rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio.

Tabla 9. Ficha de la actividad 9. Elaboración propia.

Sesión 10

Título: Producto final-Taller: Geometría hecha arte y emprendimientos...con audiencia...			
Introducción de la actividad:	En esta última sesión los estudiantes en el marco de una feria de las matemáticas o de aula taller, presentan su producto final; se invita a la comunidad escolar de 4to de ESO y bachillerato a un salón. Cada esquina del salón corresponderá a un proyecto (camiseta, florero, avión, cuadro). Para la camiseta, el grupo que la realizó debe enseñar a los estudiantes interesados el diseño de un logo con una camiseta virtual. Para el cuadro, enseñar a hacer la teselación, se imprime, se les enseña a realizar el rectángulo áureo para hacer un cuadro propio. En la esquina siguiente, los estudiantes imprimen la teselación, y con ese mismo papel se les enseña a hacer el modelo de avión. Para el florero, se puede hacer con plastilina y con la teselación impresa. La feria o taller expositivo que puede durar 1 hora sirve para evaluar a los estudiantes. Se propone una competencia para elegir el mejor diseño realizado en la hora de la feria o taller. Esta elección será realizada por la coordinadora académica o el docente. El tríptico les servirá para compartir a los que asistan para ver el producto final.		
Objetivos:	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar cooperativamente en grupos heterogéneos para dar soluciones a la elaboración de un proyecto. • Usar teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos artísticos. • Relacionar las teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra con posibles emprendimientos individuales o grupales. 		
Contenidos (conocimientos básicos)	Competencia específica	Criterios de evaluación	Competencias clave (descriptores del perfil de salida)
F. 1.a – F. 2.a – F. 3.a	10	10.1	CE1, CE2, CE3, CCEC4.
Tiempo:	Espacio:	Recursos:	Agrupamientos:

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

50 minutos	Aula de clase, casa.	Internet, Docente, Producto final de propuesta, tríptico.	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo grupos de 4.
Metodología (dinámica del aula-momentos):	<p>Momento 1(10 minutos): Organizar espacio para presentación de producto final y propuesta.</p> <p>Momento 2(40 minutos): Exposiciones como si estuvieran exponiendo en un museo una obra de arte. Se tendrá audiencia conformada por docentes, alumnos, coordinadora académica. La modalidad es tipo taller. A los visitantes se les entregará el tríptico elaborado por el grupo de trabajo, y además cada visitante podrá llevarse su experiencia en un producto materializado y hecho por ellos mismos.</p>		
Evaluación:	<ul style="list-style-type: none"> • Criterios: Trabajo cooperativo, desarrollo producto final (Ver rúbricas ANEXO F , ANEXO G). • Instrumentos: Rúbricas (Anexos F, G). Tabla de observación directa (ANEXO E). • Baremo: Acorde a lo que se ve en las rúbricas. Al final de la situación global se saca un acumulado y promedio. 		

Tabla 10. Ficha de la actividad 10. Elaboración propia

4. Conclusiones

La revisión bibliográfica sobre la metodología ABP, las situaciones de aprendizaje, teselaciones, superficie de revolución, rectángulo áureo, GeoGebra, y sobre el modelo Van Hiele, fue fundamental para el diseño de la situación de aprendizaje. Algunos referentes teóricos sobre las situaciones de aprendizaje y su relación con el desarrollo de competencias clave, nos dio una idea general y holística sobre cómo se debe diseñar e implementar una situación en el aula. Referentes teóricos sobre ABP y modelo Van Hiele con sus características y fases, sirvió para la elaboración de las actividades que le dan cuerpo a la situación.

Las teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra se usaron en la situación como herramientas conceptuales y técnicas para la creación de objetos cotidianos con el fin de contextualizar los contenidos geométricos y darles significancia. La obtención del segundo objetivo específico enfocado en el análisis e identificación de diversos usos de estos contenidos sirvió para contextualizar la propuesta de los 4 proyectos presentados en la sesión 7. GeoGebra en la propuesta sirve para modelar y potenciar el análisis y la visualización espacial. Con GeoGebra el estudiante tiene la posibilidad de experimentar con diversos parámetros que le permiten modificar sus diseños y decidir sobre el futuro del proyecto elegido y concertado con sus compañeros. Al ser un software con enfoque geométrico, se convierte en una herramienta que ayuda a desarrollar con mayor significancia las competencias digitales (CD) y STEM. Estas cualidades de los contenidos geométricos descritos y de GeoGebra conllevaron a la integración de la metodología ABP dentro de la situación propuesta.

De esta manera, se ha logrado el objetivo general que consistió en diseñar una situación de aprendizaje dirigida a estudiantes de 4º de ESO, lo cual está plasmado en las 10 sesiones presentadas. Además, es coherente con las fases del ABP descritas en la FIGURA 1. La última fase corresponde a la presentación del proyecto ante la comunidad educativa interesada. También se especifica en la propuesta de las 10 sesiones la manera como se usan las teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para crear los objetos cotidianos. Cada uno de estos objetos corresponde a un proyecto.

Se considera que, si se implementa la situación de aprendizaje con el diseño de las actividades y las acciones que en estas se proponen, se pueden potenciar las *habilidades universales* descritas por Bishop (1999): contar, medir, localizar, diseñar, jugar, explicar. Además, las actividades a realizar son acordes a las fases que propone Van Hiele para la instrucción de la geometría: informativa, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Por último, la situación aumenta la motivación intrínseca porque conecta geometría con el contexto del estudiante, y esto lleva a este último a un deseo creciente de realizar las actividades propuestas. Verán la geometría con otros ojos, no volverá a ser un catálogo de fórmulas y propiedades de figuras geométricas que tienen que memorizar para aplicar en contextos aritméticos y algebraicos. Hay que contextualizar la geometría para que los estudiantes reconozcan en esta ciencia milenaria el lenguaje con el que se expresa la naturaleza, pero también el lenguaje con el que se expresan las grandes empresas del siglo XXI que quieren darle un carácter estético y práctico a sus productos. Hay que darle más espacio a la geometría en las aulas con propuestas como las de este trabajo, innovadoras y basadas en metodologías activas.

Referencias bibliográficas

- Abrate, R. S., Delgado, G. I., & Pochulu, M. D. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista iberoamericana de educación*, 39(1), 1-9.
- Antón Sancho, Á., & Sánchez Domínguez, M. (2020). Metodología mixta Flipped Classroom y Aprendizaje Basado en Proyectos para el aprendizaje de la geometría analítica en Secundaria. *Enseñanza & Teaching*: 38, 2, 2020, 135-156.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning/National Council of Teachers of Mathematics*.

Situación de aprendizaje para 4º de ESO, basada en ABP y orientada al uso de teselaciones, superficies de revolución, rectángulo áureo y GeoGebra para la creación de objetos cotidianos

- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural* (Vol. 49). Grupo Planeta (GBS).
- Cagüeño Garzón, D. V., & Cifuentes Medina, J. E. (2022). Strengthening geometric thinking through a didactic sequence in the New School educational model. *Revista Criterios*, 29(2), 143–160. <https://doi.org/10.31948/rev.criterios/29.2-art9>
- Colombiano dialéctica, 2(22). <https://doi.org/10.56219/dialctica.v2i22.2667>.
- Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León. (2022, septiembre 29). Decreto 39/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad de Castilla y León (Boletín Oficial de Castilla y León núm. 190).
- Cruz Mahecha, F. A. (2024). Constructos teóricos sobre la enseñanza de la geometría en la educación básica primaria en el sistema educativo colombiano. *DIALÉCTICA*, 2(22). <https://doi.org/10.56219/dialctica.v2i22.2667>
- Flores-Fuentes, G., & Juárez-Ruiz, E. D. L. (2017). Aprendizaje basado en proyectos para el desarrollo de competencias matemáticas en Bachillerato. *Revista electrónica de investigación educativa*, 19(3), 71-91.
- Guevara, J. A. (2021). Uso de GeoGebra en la enseñanza de las funciones cuadráticas: un enfoque didáctico para mejorar el aprendizaje significativo. *Educación y Humanismo*, 23(40), 1–18.
- Harwell, S. (1997). Project-based learning. En Blank, W.E. y Harwell, S.H. (Eds.).
- Jaime, A., & Gutiérrez, Á. (1996). A model of analysis of the understanding of geometric transformations. In L. Puig & A. Gutiérrez (Eds.), Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 20) (Vol. 3, pp. 41–48). Universidad de Valencia.
- Jiménez, W. G., & Jiménez, N. L. (2017). El uso de GeoGebra como recurso didáctico para fortalecer el pensamiento geométrico en educación básica y media. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (42), 97–114.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
- Ricoy, M. C., & Couto, M. J. V. (2018). Desmotivación del alumnado de secundaria en la materia de matemáticas. *Revista electrónica de investigación educativa*, 20(3), 69-79.

- Rosales-Ángeles, B., Flores-Medrano, E., & Escudero-Avila, D. I. (2018). Aprendizaje Basado en Proyectos: Explorando la caracterización personal del profesor de matemáticas. *Zetetike*, 26(3).
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico, E. Castro, M. Coriat, L. Puig, M. Sierra, y M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp.125-154). Horsori.
- Sáez, J. J., & Muñoz, J. A. (2013). La geometría sin espacio dentro del aula de clase. *Revista Ejes*, 1(1), 92–94.
- Trujillo Sáez, F. (2016). *Aprendizaje basado en proyectos: Infantil, primaria y secundaria*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Hiele, P. M. V. (1986). Structure and insight: A theory of mathematics education. (*No Title*).
- Vasconcelos, J., Pigatto, A. G. S., & Leivas, J. C. P. (2020). Uma análise sobre a geometria nos livros didáticos e na provinha Brasil. *Gondola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias: Gondola, Ens Aprend Cienc*, 15(3), 547-568.
- Yusri, R., Yusof, A. M., & Sharina, A. (2024). *A systematic literature review of project-based learning: Research trends, methods, elements, and frameworks*. International Journal of Evaluation and Research in Education, 13(5), 3345–3359.
<https://doi.org/10.11591/ijere.v13i5.27875>