Resignificación colectiva de lo cuadrático en el estudio del plano inclinado: una experiencia de modelación como actividad epistémica en formación inicial docente

Collective reinterpretation of the quadratic in the study of the inclined plane: a modeling experience as a epistemic activity in initial teacher training

El Cálculo y su Enseñanza

ISSN: 2007-4107 (electrónico)

Iván Pérez Vera

ivan.perez@umce.cl

Paulina Salazar Cortez

paulinasalazarcortez@gmail.com

Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación

Chile

Recibido: 26 de junio 2025

Aceptado: 23 de noviembre 2025

Autor de Correspondencia:

Iván Pérez Vera

Resumen. Este artículo explora los significados que emergen sobre lo cuadrático y la derivada en una experiencia de modelación empírica del plano inclinado, desarrollada con futuros profesores de matemática. Desde una postura sociocultural y en el marco de la teoría socioepistemológica, se analiza cómo los objetos matemáticos —habitualmente enseñados de forma procedimental— se resignifican al ser puestos en uso en contextos situados. A través de una metodología de investigación-acción, se recopilaron y analizaron 20 informes grupales elaborados por los estudiantes, identificando una diversidad de usos y concepciones sobre los parámetros del modelo cuadrático y sobre la derivada. Los resultados evidencian trayectorias diversas que, mediadas por herramientas, contexto y experiencia, configuran acciones y actividades convergentes en torno al razonamiento cuadrático y al acto de derivar. Esta convergencia permite comprender la modelación como una actividad epistémica situada, en la cual las herramientas matemáticas, tecnológicas y culturales operan como instrumentos epistémicos que median entre lo matemático y lo real, favoreciendo la construcción colectiva de un saber matemático escolar con sentido.

Palabras clave: Modelación Matemática, Formación inicial docente, Tecnologías

Abstract. This article explores the meanings that emerge around quadratic functions and derivatives in an empirical modeling experience of an inclined plane, carried out with prospective mathematics teachers. Grounded in a sociocultural perspective and within the socioepistemological framework, the study analyzes how mathematical objects—often taught in a procedural manner—are resignified when used in situated contexts. Through an action research methodology, 20 group reports produced by students were collected and analyzed, revealing a variety of uses and conceptions regarding the parameters of the quadratic model and the derivative. The findings show diverse trajectories that, mediated by tools, context, and experience, configure convergent actions and activities around quadratic reasoning and the act of deriving. This convergence allows modeling to be understood as a situated epistemic activity, in which mathematical, technological, and cultural tools operate as epistemic instruments mediating between mathematics and reality, fostering the collective construction of meaningful school mathematical knowledge.

Keywords: Mathematical modeling; Preservice teacher education; Technologies

1. Introducción

En el proceso de escolarización, el conocimiento matemático-científico experimenta transformaciones que tienden a descontextualizarlo, separándolo de su génesis social, cultural y funcional. Esta desarticulación ocurre a través del discurso matemático escolar (dME), el cual se caracteriza por presentar los objetos matemáticos como conocimientos acabados y centrados en procedimientos, minimizando su dimensión epistémica y su potencial significativo en la vida cotidiana. Desde una postura sociocultural, en particular desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, se argumenta que este enfoque enfatiza la algoritmia, la repetición y la memorización, limitando las posibilidades del estudiante de construir, utilizar y resignificar el saber matemático (Morales, Mena-Lorca, Mena-Lorca y Carranza, 2025). En este marco, se propone un rediseño del discurso que permita desplazar el foco desde la matemática como disciplina hacia su uso por parte de diversas comunidades, favoreciendo así una matemática funcional, es decir, útil para comprender y actuar en el mundo.

En esta misma línea, Balda y Buendía-Ábalos (2024) advierten que una de las tensiones centrales del DME radica en la escasa relación entre la matemática escolar —tal como se manifiesta en libros de texto y currículos— y aquella que debiera formar parte de la vida de cualquier ciudadano. La organización curricular prioriza la cantidad de contenidos por enseñar, descuidando las matemáticas que contribuyen al desarrollo de un pensamiento elaborado, situado y significativo. De este modo, el conocimiento matemático escolar se presenta fragmentado, separado de las prácticas sociales en las que originalmente adquiere sentido, lo que impide su apropiación y uso contextualizado por parte del estudiantado. Esta distancia entre el saber matemático escolar y su potencial transformador refuerza una visión abstracta y descontextualizada de la matemática.

Frente a esta problemática, distintas investigaciones han señalado que la modelación matemática, al ser vivenciada en contextos escolares, posee el potencial de transformar el conocimiento tradicionalmente enseñado —centrado en lo procedimental— en un saber que adquiere sentido en función del contexto. En este sentido, Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024a) sostienen que el uso de la modelación permite establecer un puente entre lo matemático y la realidad, aportando significados a los objetos matemáticos. A través de la experimentación sistemática con fenómenos diversos, los estudiantes no solo aplican técnicas, sino que logran comprender el sentido conceptual del objeto. Esta resignificación obliga, en palabras de los autores, a que "la matemática de la escuela se transforme en la matemática de la ciencia"

(p. 39), lo que implica una reconfiguración del conocimiento matemático cuando este es puesto en uso.

Desde la perspectiva sociocultural, la modelación también propicia una dinámica de transformación del saber escolar. La matemática escolar, junto con sus significados iniciales y su énfasis en procedimientos, se resignifica cuando se inserta en un ciclo de modelación. En esta interacción con el contexto, las herramientas matemáticas del modelador se reconfiguran y pueden emerger nuevas, generando un entendimiento profundo del fenómeno (Pérez-Vera y Salazar-Cortez, 2024b). Así, la modelación actúa como una experiencia integradora que permite articular el uso, el contexto y el conocimiento escolar, promoviendo su evolución hacia un saber matemático escolar contextualizado y con sentido. Este proceso evidencia que los significados matemáticos no son estáticos, sino que pueden transformarse a partir de los diálogos que emergen en el marco de una problemática situada.

A nivel curricular, el Programa de Estudio de la asignatura Límites, Derivadas e Integrales para 3° y 4° medio incorpora de forma explícita la modelación matemática como eje central del aprendizaje del cálculo. Esta se presenta no solo como una estrategia metodológica, sino como un objeto matemático relevante dentro del currículo de los niveles diferenciados de la educación secundaria. El documento define la modelación como un proceso que articula habilidades matemáticas y de pensamiento complejo —como la argumentación, la representación y el razonamiento estadístico— para comprender fenómenos tanto disciplinares como interdisciplinarios (Ministerio de Educación, 2021). Además, destaca el valor de la discusión colectiva, el contraste de ideas y la validación de argumentos como formas de construcción de conocimiento situado y crítico, promoviendo una matemática vinculada a experiencias concretas y al entorno social del estudiantado. Desde esta perspectiva, la modelación también aparece como una habilidad específica que debe ser desarrollada y evaluada formalmente. El programa establece que los y las estudiantes deben ser capaces de construir modelos, conectar variables, predecir escenarios y tomar decisiones fundamentadas, así como evaluar críticamente las limitaciones de los modelos utilizados (Ministerio de Educación, 2021).

En este contexto curricular se incluye la actividad “Describiendo el cambio por medio de la derivada” (Ministerio de Educación, 2021, p. 104), cuyo propósito es que los estudiantes comprendan la razón instantánea de cambio como el límite de una sucesión de razones medias, utilizando herramientas para visualizar, representar y resolver problemas con expresiones relacionadas al cero y al infinito. A partir del experimento histórico de Galileo Galilei sobre el movimiento de una bola en una rampa inclinada (véase Figura 1), se espera que el estudiantado trabaje de manera colaborativa, desarrollando habilidades como modelar fenómenos, argumentar con lenguaje simbólico y construir modelos para tomar decisiones fundamentadas.

¿CUÁL ES LA RELACIÓN ENTRE EL TIEMPO Y EL DESPLAZAMIENTO DE UN OBJETO?

La imagen muestra la ilustración del famoso experimento de Galileo Galilei (1564-1642), en el que Galileo descubrió la relación entre el tiempo y el recorrido en el movimiento de una bola deslizándose hacia abajo en una viga inclinada.

Figura 1. Presentación actividad Describiendo el cambio por medio de la derivada (Ministerio de Educación, 2021, p. 104)

Si bien esta actividad se enmarca en una postura curricular que promueve explícitamente la modelación matemática como herramienta para comprender fenómenos del mundo, su diseño mantiene características propias de la matemática escolar tradicional. En particular, se trata de una actividad de naturaleza predominantemente discursiva, en la que no hay un contacto real o empírico del estudiantado con el fenómeno modelado. Los datos son proporcionados directamente por el recurso, y las tareas consisten en describir, calcular y argumentar a partir de información ya estructurada, sin oportunidad para la experimentación, la recolección de datos reales o el diseño autónomo de modelos (véase Figura 2).

1. Observa la imagen y descríbesela a un compañero.
   a. ¿Qué piensas que están haciendo?
   b. ¿Qué objetos están en juego?
   c. ¿Qué relación podría tener con el tema de trabajo?
   d. ¿Observas algún cambio? ¿Qué relación tiene con el experimento?
   e. ¿Por qué la dependencia entre el recorrido d y el tiempo t se puede modelar con una función cuadrática?
   f. Determina, con base en los resultados del experimento histórico, el parámetro k en la ecuación $d(t) = k \cdot t^2$.

Figura 2. Actividad 1 describiendo el cambio por medio de la derivada (Ministerio de Educación, 2021, p. 104)

De este modo, la intención de modelar se ve reducida a una actividad discursiva, con más características de una tarea de interpretación simbólica que de un proceso de construcción de modelos a partir de la experiencia. La figura de Galileo y su experimento operan aquí como un contexto ilustrativo, no como un punto de partida para una exploración activa del fenómeno. Si bien se valora que el currículo incorpore explícitamente la modelación como parte del aprendizaje del cálculo, este tipo de actividades muestra que su implementación concreta puede seguir estando condicionada por lógicas tradicionales de enseñanza, donde el conocimiento matemático permanece cerrado y el papel del estudiante se restringe a reproducirlo bajo guías previamente definidas (véase Figura 3).

2. Utilizando una calculadora y basándote en los resultados "ideales" con t y D, elabora una sucesión de velocidades promedio para los intervalos de tiempo $[3{,}9;\ 4], [3{,}99;\ 4], [3{,}999;\ 4], [3{,}9999;\ 4]$ y $[3{,}99999;\ 4]$, acercándose al instante $t = 4$ desde la izquierda. ¿A qué valor se acercan las velocidades medias?
3. Repite el procedimiento para las velocidades promedio en $[4;\ 4{,}1], [4;\ 4{,}01], [4;\ 4{,}001], [4;\ 4{,}0001]$ y $[4;\ 4{,}00001]$, acercándose al instante desde la derecha. Comparando ambas sucesiones de las velocidades medias, ¿cuál sería el límite de ambas sucesiones?
4. Con el mismo procedimiento de aproximar la velocidad media con sucesiones de velocidades promedio, se obtiene para $t = 2$ la velocidad instantánea de $v(2) = 132 \left[\frac{p}{u}\right]$. Para $t = 8$ se obtiene $v(8) = 528 \left[\frac{p}{u}\right]$. ¿Con qué tipo de función, en dependencia de t, se puede modelar la velocidad instantánea de la bola?

Conexión interdisciplinaria: **Ciencias para la ciudadanía.** OA c, d, 3° y 4° medio

Figura 3. Actividades 2,3 y 4 describiendo el cambio por medio de la derivada (Ministerio de Educación, 2021, p. 104)

En el ámbito de la formación inicial docente (FID), la incorporación de la modelación matemática contribuye significativamente al desarrollo de competencias que permiten a los futuros profesores enfrentar los desafíos del currículo escolar y diseñar experiencias de aprendizaje más significativas. Estudios recientes evidencian que, cuando se integran procesos de modelación en proyectos formativos, los profesores en formación logran aplicar conceptos matemáticos en contextos interdisciplinarios y reales, ampliando su comprensión y capacidad para abordar problemas complejos desde diferentes perspectivas. En estas experiencias, la matemática deja de ser un saber abstracto para convertirse en una herramienta que permite comprender fenómenos como los créditos hipotecarios o el hacinamiento carcelario, reconociendo además los límites y alcances de los modelos construidos (Rendón-Mesa, Castrillón-Yepes y Villa-Ochoa, 2024).

Asimismo, se ha señalado que la incorporación de tecnologías digitales en las distintas fases del ciclo de modelación potencia los procesos de visualización, indagación y validación de resultados. La tecnología no sólo dinamiza la construcción de modelos matemáticos, sino que exige del profesorado un conocimiento didáctico especializado y una comprensión profunda del rol que estas herramientas pueden tener en el diseño e implementación de tareas de modelación en el aula (Guerrero-Ortiz, 2024). La capacidad de anticipar los tipos de modelos, soluciones y formas de representación más adecuadas según la situación y el entorno tecnológico se vuelve entonces un componente fundamental en la preparación docente.

Sin embargo, también se han identificado dificultades importantes en la formación inicial, especialmente en dimensiones como la codificación, validación e interpretación de resultados. Estas carencias revelan la necesidad de robustecer los procesos de modelación desde etapas tempranas de la formación, integrando tareas que favorezcan una progresión gradual en la complejidad y autenticidad de las situaciones abordadas. Herramientas como GeoGebra y espacios de trabajo colaborativo han mostrado ser promisorios para potenciar las competencias de modelación, aunque se requiere una evaluación sistemática de su impacto. En este contexto, preparar a los futuros docentes para enseñar modelación no solo les permite conectar la matemática con la realidad, sino también otorgarle sentido y funcionalidad en su futura práctica pedagógica (Aguerrea, Rodríguez-Alveal y Huincahue, 2025).

En síntesis, el análisis de la literatura especializada y del currículo nacional chileno evidencia una tensión entre las intenciones declaradas de contextualización y modelación matemática en el aula y las formas concretas en que estas se implementan. Si bien se reconoce que el discurso matemático escolar tiende a desarticular el conocimiento de su contexto original, presentándolo como un saber acabado y procedimental (Morales et al., 2025; Balda y Buendía-Ábalos, 2024), también se han identificado propuestas que buscan revertir esta tendencia a través de la modelación matemática. Diversos autores han demostrado que, al vivenciar un ciclo de modelación, los estudiantes pueden transformar procedimientos en conceptos, y la matemática escolar adquiere significado al ser puesta en uso en contextos específicos (Pérez-Vera y Salazar-Cortez, 2024a, 2024b). En coherencia con esta visión, el Programa de Estudio de la asignatura Límites, Derivadas e Integrales (Ministerio de Educación, 2021) incorpora explícitamente la modelación como herramienta para el aprendizaje significativo del cálculo. No obstante, actividades como “Describiendo el cambio por medio de la derivada” mantienen una estructura tradicional, en la que los datos son dados y el fenómeno no es vivenciado empíricamente.

Esto limita la posibilidad de experimentar auténticamente un ciclo de modelación y, por tanto, de generar significados vinculados al contexto real.

En este marco, este escrito se plantea la necesidad de indagar qué significados pueden emerger cuando los futuros docentes vivencian un ciclo de modelación sobre un fenómeno propuesto en el currículo escolar. Es decir, se busca comprender cuál es el potencial formativo de transformar una actividad curricular —como la del experimento de Galileo— en una experiencia situada de modelación dentro de la formación inicial docente. Esta investigación se orienta entonces a explorar los significados que se construyen en ese proceso, así como su relación con el uso contextualizado de herramientas matemáticas y con la resignificación de objetos matemáticos asociados al cálculo escolar, en este caso lo cuadrático y la derivada.

2. Postura teórica

Desde la perspectiva socioepistemológica del conocimiento matemático, los significados emergen en el hacer colectivo y situado de los sujetos que hacen matemáticas. En esta línea, las prácticas constituyen la unidad de análisis que permite comprender cómo el saber se produce, se comunica y se transforma en contextos específicos. Según Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa (2024, pp. 136-137), las prácticas matemáticas pueden entenderse como arreglos de actividad humana organizados por normas, conocimientos y fines compartidos. Estas se estructuran jerárquicamente desde las acciones, entendidas como intervenciones particulares del sujeto, hasta las actividades que agrupan dichas acciones con una finalidad común, y progresan hacia niveles de organización más amplios como la práctica socialmente compartida, la práctica de referencia y la práctica social, que articula los marcos culturales de significación.

En este sentido, Cervantes y Reyes-Gasperini (2016, p. 70) sostienen que las prácticas sociales son fuentes del saber que otorgan razón y sentido al conocimiento matemático, al ser expresiones históricas, situacionales y funcionales del quehacer humano. Desde esta dimensión social, la matemática es concebida como una construcción cultural basada en la praxis, que se resignifica a través de su uso. De ahí que las actividades y acciones del sujeto constituyan instancias concretas de esa praxis, en las que se hace visible la interacción entre conocimiento, contexto y experiencia.

Finalmente, como señalan Balda y Buendía-Ábalos (2024, pp. 6-7), una epistemología de prácticas y usos desplaza el foco desde el objeto matemático en sí mismo hacia los procesos que lo dotan de significado y funcionalidad. Este enfoque reconoce la importancia de las prácticas situadas, donde los sujetos, al involucrarse intencionalmente en hacer matemáticas, resignifican los saberes que movilizan. En consecuencia, nuestra investigación se inscribe en estos niveles de acción, actividad y práctica socialmente compartida, entendiendo que es en ellos donde se manifiesta empíricamente la construcción colectiva del conocimiento matemático en experiencias de modelación.

Desde esta comprensión de las prácticas, entendemos la modelación como una forma particular de práctica matemática, en la cual el sujeto interviene sobre un fenómeno mediante herramientas conceptuales y tecnológicas, generando significados en la acción. En esta intervención, nos posicionamos específicamente en el marco de la modelación de la teoría socioepistemológica de la matemática educativa propuesta por Arrieta y Díaz (2015), quienes señalan que la modelación es una práctica de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro, llamado modelo. La intervención sobre lo modelado es diversa, por ejemplo, para la predicción, el diagnóstico y/o la evaluación.

Dichos autores señalan que desde esta perspectiva el modelo no existe independiente de la actividad de quien modela y que el ente se convierte en modelo cuando el actor lo usa para intervenir el otro modelo.

"La naturaleza de la modelación radica en la potencia que imprime la articulación y la intencionalidad de intervenir. Esto implica la necesidad de interactuar con la entidad que se desea intervenir, es decir, la necesidad de la experimentación en sentido amplio. Sin embargo, la interacción con lo que se pretende modelar, no es suficiente para caracterizar a las prácticas de modelación, esta suficiencia se establece con el acto de articular dos entes con la intención de intervenir en uno a partir del otro." (Arrieta y Díaz, 2015)

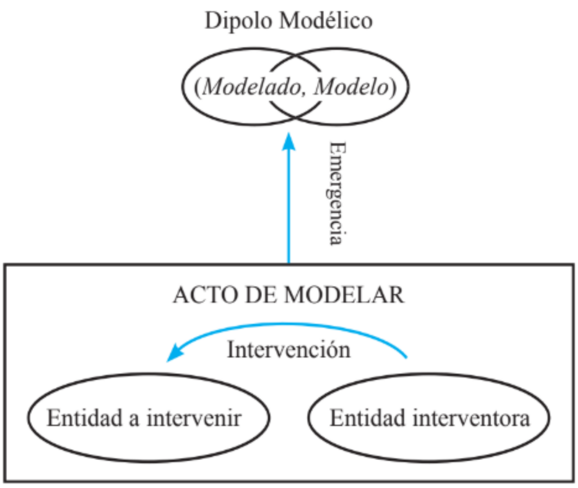

Figura 4. La modelación: El acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico (Arrieta y Díaz, 2015, p.36)

Desde nuestra interpretación y con el fin de ejemplificar nuestra postura, podríamos caracterizar al ente interventor como un objeto matemático cualquiera, y al ente a intervenir como un fenómeno, la acción de intervenir con un objeto matemático a un fenómeno, transforma a ese objeto en un modelo, es la acción sobre el otro quien acciona la transformación, además desde nuestra postura, el fenómeno aporta significados particulares al objeto en su nuevo rol de modelo.

En relación a quien realiza el acto de modelar, es decir, quién interviene el fenómeno, lo entendemos como un sujeto epistémico en términos de Carrasco, Díaz y Buendía (2014), quienes en su investigación proponen articular la figuración como entidad interventora de un fenómeno, el propio fenómeno y a quien modela (sujeto epistémico), en un espacio epistémico de figuración, que es a la vez operacional, experiencial y perceptual . Ampliamos la idea de figuración a todo acto interventor sobre un fenómeno, configurando así el espacio epistémico de modelación.

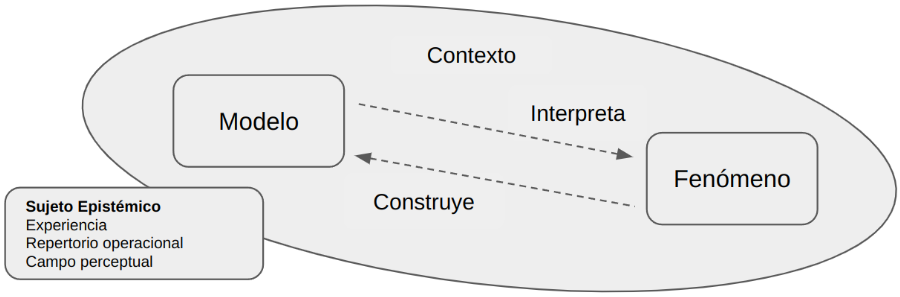

Figura 5. Espacio epistémico de modelación (Adaptado de Carrasco, Díaz, y Buendía, 2014, p.368)

Nuestra postura, en términos de lo que implica vivenciar la modelación desde una perspectiva sociocultural, matemática y realidad se articulan como un solo elemento, donde la realidad, por medio de diversos contextos aporta los significados a los objetos matemáticos, esto implica en términos de Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024b) que las herramientas matemáticas de quien modela, en un contexto específico, permiten una aproximación profunda al fenómeno estudiado, implicando una reconfiguración de las herramientas matemáticas de quien modela, siendo el contexto y las herramientas matemáticas puestas en uso quienes transforman la matemática escolar en un saber matemático escolar, lo procedimental a lo conceptual y finalmente los significados escolares se resignifican dando respuesta a un contexto particular.

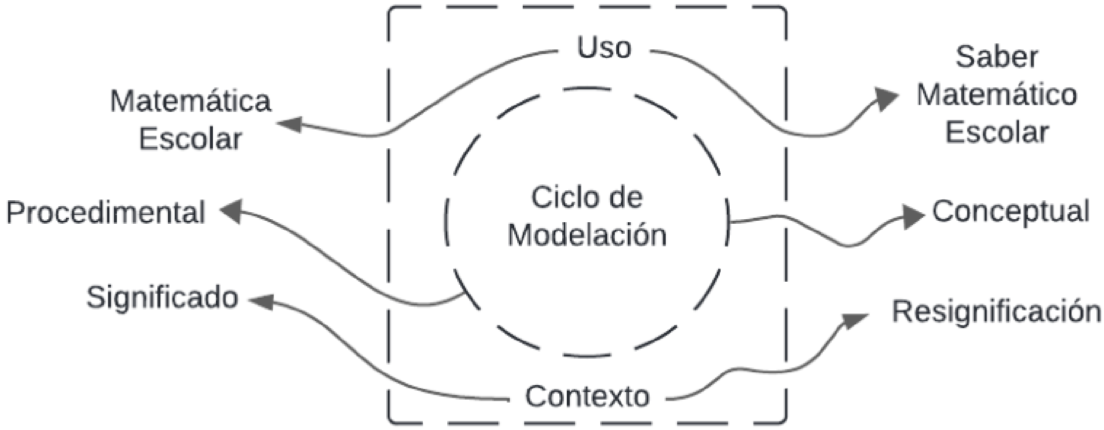

Figura 6. Transformaciones al vivenciar un ciclo de modelación matemática escolar (Pérez-Vera y Salazar-Cortez, 2024b, p.17)

En síntesis, para este trabajo, y desde una perspectiva sociocultural de la modelación, nos posicionamos teóricamente en el marco propuesto por Arrieta y Díaz (2015), quienes conciben la modelación como una práctica de articulación intencionada entre dos entes —el modelo y lo modelado— con el propósito de intervenir el fenómeno. Esta intervención no es neutra, sino que implica una interacción activa que resignifica tanto al fenómeno como al objeto matemático utilizado. En esta línea, incorporamos la noción de sujeto epistémico (Carrasco, Díaz y Buendía, 2014), entendido como aquel que, al modelarse e intervenir el fenómeno dentro de un espacio epistémico de modelación —operacional, experiencial y perceptual—, transforma sus herramientas matemáticas según las demandas del contexto. Así, siguiendo a Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024b), sostenemos que la vivencia de un ciclo de modelación en un contexto específico no solo permite una aproximación profunda al fenómeno, sino que también posibilita la reconfiguración de las herramientas y saberes escolares, resignificando los significados matemáticos y dando lugar a nuevos sentidos que emergen desde la interacción entre matemática, sujeto y realidad.

3. Metodología

Este estudio se enmarca en un proceso más amplio de investigación acción, desarrollado durante el diseño, implementación y análisis del curso MMAT604 “TICs para la enseñanza de la matemática”, correspondiente al sexto semestre de la carrera de Licenciatura en Matemática de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. La investigación acción se asume aquí como una metodología cualitativa situada, que permite articular la práctica docente con la reflexión crítica y la mejora continua de los procesos formativos (Pérez-Van-Leenden, 2019).

Desde esta perspectiva, el conocimiento no se produce como resultado de la observación externa, sino desde la implicación del investigador en los procesos reales de enseñanza, lo que habilita la transformación de la práctica y la generación de saber pedagógico desde el interior del aula (Bancayán-Ore y Vega-Denegri, 2020).

La elección de este enfoque metodológico responde al interés por comprender los procesos de resignificación del saber matemático en contextos auténticos de formación inicial. Tal como señalan Alban, Arguello y Molina (2020), la investigación acción permite establecer vínculos entre teoría y práctica, abriendo espacios para que el conocimiento profesional emerja a partir de la experiencia situada. En este marco, el investigador se posiciona como analista de los procesos formativos que se desarrollan en el curso, en diálogo constante con el estudiantado y con los desafíos que impone el contexto educativo. Esta concepción es coherente con la propuesta de Messiou (2019), quien plantea que la investigación acción favorece el aprendizaje colectivo, la reflexión compartida y el cuestionamiento de las formas tradicionales de enseñar y aprender.

El presente artículo reporta específicamente la Fase I “Evaluación de tecnologías en un contexto de modelación”, correspondiente al curso MMAT604 “Tecnologías para la enseñanza de la Matemática I”, desarrollado durante el segundo semestre de 2024. Participaron un total de 41 estudiantes, distribuidos originalmente en dos secciones formales del curso; sin embargo, para efectos de esta experiencia, se trabajó de manera unificada, consolidando un grupo amplio y diverso que desarrolló los contenidos y la propuesta de modelación de forma conjunta.

La implementación tuvo una duración de dos semanas, en las cuales se destinaron nueve horas pedagógicas, distribuidas en tres etapas. La primera consistió en una sesión de experimentación física del fenómeno del plano inclinado, donde los y las estudiantes trabajaron en parejas para registrar el movimiento de un objeto sobre una rampa. Durante esta fase se les introdujo el uso de herramientas tecnológicas tales como Tracker, GeoGebra, hojas de cálculo e inteligencia artificial generativa (ChatGPT, Gemini), las cuales serían utilizadas posteriormente en el análisis de los datos. La segunda etapa se centró en el análisis matemático del fenómeno observado, en el que los grupos exploraron diferentes formas de representar y ajustar modelos a partir de los datos obtenidos. Finalmente, la tercera etapa correspondió a la escritura del informe de resultados, en el cual debían dar cuenta del proceso completo:

desde la experimentación y la recolección de datos, hasta el análisis de los modelos y la elaboración de conclusiones.

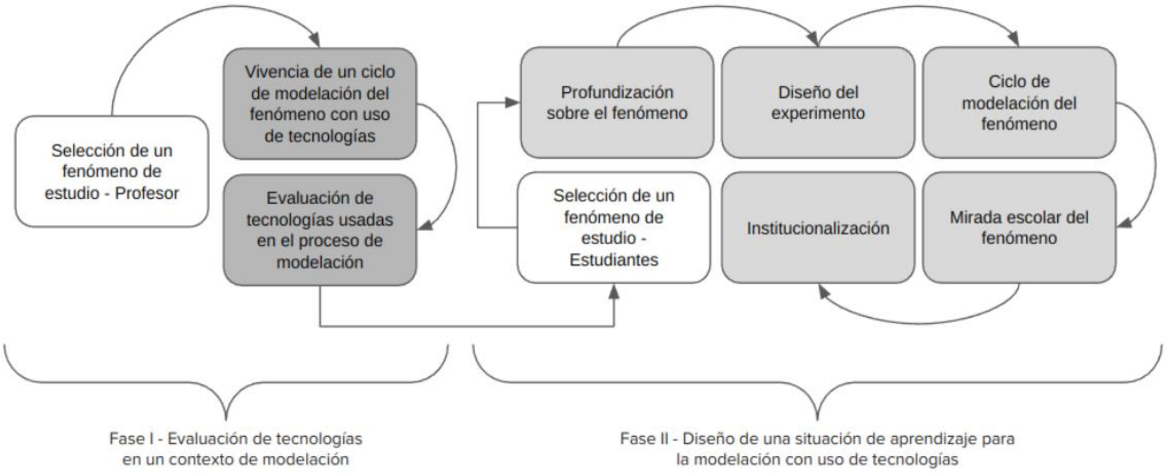

Figura 7. Estructura general de un curso FID en un contexto de modelación con uso de tecnologías. (Pérez-Vera y Salazar-Cortez, 2024a, p.30)

La actividad se desarrolló completamente en parejas, dando lugar a un total de 20 informes grupales, los cuales constituyen el corpus de análisis de este estudio. Cada informe incluyó reflexiones sobre la modelación matemática, la experimentación, el uso de tecnologías digitales y la interpretación de los parámetros dentro de los modelos cuadráticos utilizados.

A partir de esta experiencia, los y las estudiantes elaboraron sus informes escritos, en los que documentaron su proceso de modelación, las decisiones tomadas, los modelos construidos, los significados atribuidos a los parámetros del modelo cuadrático y las concepciones de la derivada puestas en juego. El foco metodológico de este artículo está puesto en el análisis de estos productos escritos, con el fin de identificar y comprender los significados emergentes en torno a la experiencia de modelación.

Para ello, se empleó un enfoque de análisis de contenido cualitativo de tipo inductivo, en el cual las categorías analíticas fueron construidas a partir de una lectura sistemática, interpretativa y recurrente del corpus de informes estudiantiles. Esta técnica permite examinar los textos como expresiones simbólicas cargadas de sentido, reconociendo en ellas significados que no están previamente definidos, sino que emergen del lenguaje y de la experiencia narrada por los sujetos (Mayring, 2014; Ruiz, 2021). Tal como señala Espinoza-Freire (2020), en el ámbito educativo la participación implica un compromiso activo con los procesos de transformación, en los que los sujetos no solo forman parte, sino que se posicionan como actores críticos capaces de tomar decisiones sobre su experiencia y contexto.

El proceso de análisis consistió en una primera lectura exploratoria de los textos, seguida por una codificación abierta en la que se identificaron fragmentos significativos relacionados con: (i) la comparación entre modelos, (ii) los significados atribuidos a los parámetros del modelo cuadrático y (iii) las herramientas puestas en uso durante el proceso. Posteriormente, se agruparon los fragmentos codificados en categorías emergentes, que permitieron establecer regularidades y divergencias en los significados construidos por los grupos. Si bien el análisis fue inductivo en su organización, la interpretación de los hallazgos se articuló con la perspectiva de la modelación socioepistemológica (Arrieta y Díaz, 2015), que permitió comprender cómo los significados matemáticos emergen del uso situado de herramientas en contextos específicos de modelación.

Este diseño metodológico se centró en organizar e interpretar los productos escritos de los estudiantes, con el objetivo de describir las decisiones analíticas adoptadas para estudiar las resignificaciones que emergen de una experiencia vivenciada de modelación. Así, el análisis de contenido inductivo se presenta aquí como una estrategia coherente con los principios de la investigación acción, al poner en el centro la experiencia situada de los sujetos y los procesos de construcción de sentido en escenarios reales de formación docente.

4. Resultados

A partir del análisis cualitativo de los 20 informes grupales elaborados por los estudiantes, se organizaron los hallazgos en torno a cinco episodios analíticos que permiten comprender la diversidad de significados emergentes durante la experiencia de modelación del plano inclinado. Cada episodio recoge regularidades y divergencias en las interpretaciones construidas por el estudiantado respecto de los modelos utilizados, los parámetros del ajuste cuadrático y las nociones de derivada movilizadas espontáneamente en el proceso.

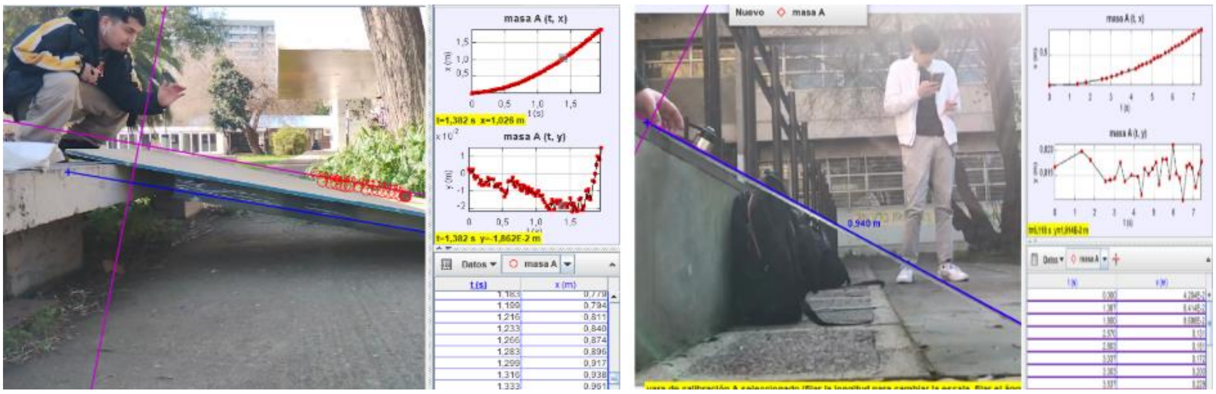

Figura 8. Ejemplos de experimentación y toma de datos.

Los resultados que se presentan a continuación se estructuran del siguiente modo:

- El episodio primero aborda la comparación entre modelos, centrada en la tensión entre el ajuste cuadrático y la función de Galileo, considerando dimensiones como la precisión del ajuste, el sentido físico, el uso de tecnologías y el valor educativo.
- Los episodios segundo, tercero y cuarto analizan los significados atribuidos a los parámetros a, b y c del modelo cuadrático, evidenciando procesos de resignificación contextual, formal y experimental.
- Finalmente, el episodio quinto presenta los entendimientos y significados emergentes sobre la derivada, mostrando cómo esta herramienta se activa de forma natural en el pensamiento del estudiantado como parte de una práctica matemática compartida.

En conjunto, estos episodios permiten observar cómo los futuros profesores, en tanto sujetos epistémicos, articulan herramientas matemáticas, tecnológicas y discursivas para intervenir un fenómeno físico, configurando un proceso de resignificación del saber escolar desde la modelación.

4.1 Episodio primero: Comparación de modelos

En esta problematización, se buscaba que los estudiantes compararan dos modelos: el ajuste cuadrático, obtenido principalmente mediante GeoGebra, Inteligencia Artificial (ChatGPT, Gemini) o Excel, y la función modelo propuesta por Galileo Galilei. El ajuste cuadrático tiene la forma $f(x)= ax^2+bx+c,$ mientras que la función de Galileo es $d(t)=kt^2$, que modela la distancia recorrida. A partir de la experimentación realizada, los estudiantes analizaron los datos utilizando ambos modelos, lo que los llevó a tomar una postura respecto a cuál consideraban más apropiado para representar el fenómeno. Estas decisiones variaron entre los grupos.

Para sistematizar las respuestas, se identificaron dimensiones específicas de análisis: la precisión del ajuste, la mediación entre lo matemático y lo físico, el uso de tecnologías para validar modelos, el valor educativo de los modelos, y los factores que afectaron el ajuste. La Tabla 1 presenta ejemplos representativos de las comparaciones realizadas por los estudiantes, organizados según estas dimensiones.

Tabla 1

Ejemplos de comparaciones entre modelos. Dimensión y afirmaciones de estudiantes

Dimensión	Grupo	Fragmento textual del informe
1. Precisión de ajuste vs. validez física	G13	"Aunque ambos modelos parecen ajustarse bien a los datos, el modelo cuadrático se ajusta mejor según el error cuadrático medio. [...] Esto sugiere que es un poco más efectivo para ajustar los datos experimentales."
2. Contexto del modelo: matemático vs. físico	G3	"El modelo de Galileo se acerca más a lo contrastado con los datos obtenidos [...] nos entrega datos en base a una contextualización, al contrario de lo que es el ajuste cuadrático, el cual solo le importa trazar una función que se acerque lo más posible al recorrido del cuerpo [...]."
3. Uso de tecnologías y validación cruzada	G16	"Las representaciones visuales, como gráficos generados por Tracker y GeoGebra, fueron fundamentales. [...] GeoGebra se usó para superponer los modelos y observar su ajuste a los datos experimentales."
4. Valor educativo de los modelos	G4	"Creemos que el modelo cuadrático es aquel que ofrece una mejor herramienta educativa para enseñar [...] ya que consideramos que es un modelo mucho más aterrizable a lo que los estudiantes pueden venir trabajando [...]."
5. Factores que afectan el ajuste	G20	"Para futuras experimentaciones, se sugiere mejorar la precisión en la captura de datos [...] cámaras de alta velocidad, un fondo liso, que el objeto a ser rastreado resalte más respecto al fondo."

Del análisis de los informes se desprenden diversas reflexiones en torno a la comparación entre el ajuste cuadrático y el modelo de Galileo. Desde la dimensión de la precisión del ajuste, los estudiantes señalaron que el modelo cuadrático lograba un mejor ajuste a los puntos experimentales, sobre todo en contextos donde la experimentación presentaba ruido o errores en la toma de datos. Desde la perspectiva de la modelación matemática y física, se reconoció que el modelo de Galileo otorgaba un sentido más contextualizado al fenómeno, aunque dependía de la calidad de la experimentación para ser interpretado adecuadamente.

En relación con el uso de tecnologías, los estudiantes compararon gráficamente los modelos sobre los puntos experimentales, utilizando herramientas como GeoGebra, Excel o Inteligencia Artificial, y basaron su decisión en cuál modelo se ajustaba mejor visualmente. La Tabla 2 sintetiza las reflexiones y conclusiones más recurrentes, organizadas por dimensión de análisis.

Tabla 2

Elección de modelo. Reflexiones y conclusiones de estudiantes

Dimensión de análisis	Principales reflexiones estudiantiles	Conclusiones frecuentes	Grupos codificados
Precisión de ajuste vs. validez física	El modelo cuadrático se ajusta mejor a los datos experimentales; el modelo de Galileo representa mejor la teoría física.	El modelo cuadrático es más exacto para el experimento, pero el de Galileo es más fiel a la física.	G1-G4, G6-G9, G11-G13, G15, G16, G18-G20
Contexto del modelo: matemático vs. físico	El modelo cuadrático es percibido como más algebraico y flexible; el de Galileo como más específico, físico y con sentido teórico.	Galileo representa mejor el fenómeno desde lo físico; el modelo cuadrático desde lo matemático.	G1, G2, G3, G5, G6, G7, G9, G10, G12, G13, G15-G20
Uso de tecnologías y validación cruzada	Se utilizan GeoGebra, Excel, Tracker, ChatGPT, Perplexity para comparar modelos y validar resultados. Los gráficos revelan diferencias sutiles.	Las herramientas digitales permiten comparar gráficamente y justificar la elección del modelo.	G1-G4, G6-G10, G12-G14, G16-G20
Valor educativo de los modelos	Algunos proponen comenzar con Galileo por ser más comprensible en física; el cuadrático se asocia a lo algebraico. Otros valoran enseñar ambos para discutir sus diferencias.	El modelo de Galileo es más didáctico para iniciar; el cuadrático más general y matemático.	G1, G2, G4, G5, G7, G8, G10, G13, G15-G20
Factores que afectan el ajuste	Se identifican el roce, errores de medición, ángulo del plano, punto inicial, cámara, uso de IA como variables que impactan el ajuste.	Las condiciones del experimento alteran la fidelidad del modelo. Es clave considerar la situación real al interpretar los resultados.	G1-G4, G6-G10, G12-G14, G16-G20

También surgieron valoraciones pedagógicas: se consideró que, para la enseñanza escolar, el ajuste cuadrático era más abordable en términos de construcción algebraica, mientras que el modelo de Galileo ofrecía mayor potencial para comprender el fenómeno físico. Finalmente, se reconoció que la calidad de la experimentación influía en la pertinencia del modelo elegido: experimentaciones "sucias" o con errores favorecían el ajuste cuadrático como representación más fiel de los datos, mientras que experimentaciones "limpias" permitirían una mejor representación mediante la función de Galileo. Asimismo, se observó que algunos grupos manifestaron posturas diversas o híbridas, señalando simultáneamente ventajas y desventajas de ambos modelos.

4.2 Episodio segundo: Significados del parámetro *a*.

En este episodio se presentan los resultados del análisis realizado sobre el parámetro a del modelo cuadrático, en el marco de la experiencia de modelación vivida por los grupos. A partir de los informes entregados, se identificaron diversas formas de interpretar este coeficiente, las cuales dan cuenta de procesos de significación situados en el fenómeno del plano inclinado.

Las respuestas fueron clasificadas en seis categorías de significado emergente. Algunas de ellas comprenden a como una representación de la aceleración del objeto, ya sea desde un enfoque físico-cinemático, desde el uso formal del cálculo o desde la validación empírica mediante herramientas tecnológicas. Otras respuestas destacan su influencia en la forma gráfica de la parábola o su dependencia del ángulo de inclinación, asociándolo al contexto experimental. La Tabla 3 sintetiza estos hallazgos, mostrando ejemplos representativos de los informes estudiantiles, junto con el significado atribuido, el tipo de enfoque y los grupos que comparten dicha interpretación.

Tabla 3

Significados del parámetro *a* en el contexto de un ajuste cuadrático que modela el plano inclinado

Grupo	Ejemplo de informe o síntesis textual	Significado atribuido al parámetro *a*	Tipo de enfoque	Grupos codificados
G1	"El parámetro a representa la aceleración del objeto en el plano inclinado; si a es mayor, la velocidad del objeto aumenta más rápidamente."	Aceleración del objeto	Físico cinemático	G1, G3, G4, G6, G9, G10, G11, G12, G14, G15, G18, G20
G2	"El coeficiente a tiene un impacto significativo en la forma de la curva: si a es mayor, mayor curvatura, mayor aceleración, menor radio de curvatura."	Relación gráfica con la aceleración y curvatura	Gráfico físico	G2, G13, G14, G17, G19
G7	"El parámetro a es la segunda derivada de la función de posición; representa directamente la aceleración constante en el modelo cuadrático."	Aceleración como segunda derivada	Formal físico	G7, G8, G12, G14, G16
G5	"Modificar a cambia la forma de la parábola; gráficamente se ve más abierta o cerrada según su valor."	Influencia en la forma de la parábola	Geométrico visual	G5, G13, G17

G16	"a depende del ángulo de inclinación del plano, pues determina la aceleración que el objeto adquiere durante su recorrido."	Relación con el ángulo del plano y la aceleración	Físico contextual	G6, G11, G16, G18
G15	"El parámetro a obtenido mediante herramientas como Excel y Tracker, corresponde al valor de aceleración observada experimentalmente."	Validación empírica del valor de a	Físico experiment al	G10, G13, G15, G19

Los resultados obtenidos respecto al parámetro a evidencian que los significados construidos por los grupos no son homogéneos ni estandarizables, sino que emergen de las relaciones particulares que cada sujeto establece entre el objeto matemático y el fenómeno modelado. Aunque todos los grupos enfrentaron el mismo contexto experimental y utilizaron el mismo modelo cuadrático, los significados atribuidos a a fueron diversos: algunos lo comprendieron como aceleración, otros lo asociaron a la curvatura de la parábola, a derivadas, al ángulo de inclinación o a su validación empírica.

Esta variabilidad da cuenta de que la modelación no produce una única interpretación, sino que promueve intervenciones diferenciadas sobre el fenómeno, articuladas desde las herramientas matemáticas que cada estudiante pone en uso, en función de su experiencia, de su formación y de lo que observa en el fenómeno. En este sentido, la resignificación del parámetro a se configura como resultado de un proceso situado, donde lo matemático, lo contextual y lo personal se entrelazan en una experiencia de modelación.

Así, lo que se revela en estos resultados no es solo una comprensión del fenómeno desde el modelo, sino la manifestación concreta de la diversidad de sentidos posibles que los estudiantes, entendidos como sujetos epistémicos, pueden construir en el acto mismo de modelar.

4.3 Episodio tercero: Significados del parámetro *b*

En el caso del parámetro b, las respuestas entregadas por los grupos también revelan una amplia variedad de significados atribuidos, los cuales se organizan en seis categorías principales. Las interpretaciones más frecuentes lo asocian con la velocidad inicial del objeto, reconociendo su vínculo con la cinemática del fenómeno y el inicio del movimiento en el plano inclinado.

Algunas respuestas avanzan en el uso del lenguaje formal del cálculo, identificando b como la derivada primera de la posición y, por tanto, como expresión de la velocidad. Otros grupos se enfocan en aspectos gráficos, visualizando b como el responsable del sentido del desplazamiento o de la inclinación inicial de la parábola. También emergen interpretaciones más experimentales, en las que se justifica el valor de $b = 0$ como evidencia de que el objeto partió desde el reposo, así como otras que describen su función como razón de cambio inicial, sin aludir directamente al concepto de derivada.

Estas respuestas dan cuenta de cómo los estudiantes resignifican el parámetro b desde diversos enfoques —físico, formal, gráfico y experimental— en relación directa con el fenómeno modelado y con las herramientas matemáticas y tecnológicas puestas en juego. La Tabla 4 organiza estos significados, ejemplificando con fragmentos textuales y señalando los grupos que comparten cada interpretación.

Tabla 4

Significados del parámetro *b* en el contexto de un ajuste cuadrático que modela el plano inclinado

Grupo	Ejemplo de informe o síntesis textual	Significado atribuido parámetro *b*	Tipo de enfoque	Grupos codificados
G1	"El parámetro b representa la velocidad inicial del objeto; si b es distinto de cero, significa que el objeto ya estaba en movimiento cuando se empezó a medir."	Velocidad inicial del objeto	Físico cinemático	G1, G2, G4, G6, G9, G10, G11, G13, G14, G16, G18
G3	"b corresponde a la primera derivada de la función de posición respecto al tiempo, es decir, la velocidad. Por eso se considera la velocidad inicial."	b como derivada primera / velocidad	Formal físico	G3, G5, G7, G9, G10, G12, G14, G15
G6	"Cuando b es positivo, la parábola se desplaza hacia la izquierda; cuando es negativo, hacia la derecha."	Sentido gráfico del desplazamiento	Gráfico geométrico	G6, G10, G13, G14, G15, G17
G8	"Nuestro valor de b fue igual a cero, lo que confirma que el objeto partió desde el reposo."	Condición inicial de reposo (b = 0)	Experimental observacional	G1, G8, G10, G12, G14, G15
G12	"Modificamos b en GeoGebra y observamos que la curva cambia su inclinación inicial según su valor."	Inclinación inicial en la forma de la parábola	Visual matemático	G2, G6, G12, G13, G17, G18
G19	"b nos dice cuán rápido cambia la posición al inicio, antes de que el objeto comience a acelerar por efecto de la gravedad."	Razón de cambio inicial sin derivada explícita	Físico descriptivo	G4, G5, G9, G11, G14, G16, G19

Los resultados en torno al parámetro b evidencian, al igual que en el caso de a, una diversidad de significados construidos por el estudiantado, sin embargo, en este caso se hace especialmente visible una tensión entre dos formas de significación: por un lado, aquellas que mantienen una conexión directa con el fenómeno físico observado —como la asociación de b con la velocidad inicial del objeto o la validación empírica del reposo— y, por otro lado, aquellas que se desplazan hacia el análisis del objeto matemático en sí mismo, desligándose parcialmente del fenómeno experimental.

En estas últimas, b es interpretado como un modificador gráfico de la parábola, asociado a su inclinación, dirección o desplazamiento, pero sin referencia explícita al contexto físico que origina el movimiento. Esta dualidad sugiere que, si bien el fenómeno experimental ofrece un marco común, los significados emergentes de b también se construyen a partir del uso de herramientas matemáticas que los estudiantes movilizan desde su experiencia previa o desde otros registros de representación, como el visual o el algebraico.

En consecuencia, se ratifica que la resignificación del parámetro no depende exclusivamente del fenómeno modelado, sino también de la relación que cada sujeto epistémico establece entre dicho fenómeno y el objeto matemático en uso. Desde la perspectiva de la modelación sociocultural, esta diversidad de significados confirma que el modelo matemático, en tanto herramienta de intervención, resignifica tanto el fenómeno como los propios objetos matemáticos, cuyos significados pueden emerger del contexto, pero también desde su uso reflexivo en un espacio epistémico de modelación.

4.4 Episodio cuarto: Significados del parámetro c. El análisis del parámetro c muestra una gran riqueza interpretativa por parte de los grupos, revelando cómo este elemento del modelo cuadrático es significado en función del contexto experimental y de las herramientas matemáticas puestas en uso. A diferencia de los parámetros a y b, cuya conexión con el movimiento es más directa, c requiere de una mayor contextualización para adquirir sentido.

A partir de los informes, se identificaron seis categorías principales de significado. Una parte importante de los grupos interpretó c como la posición inicial del objeto al momento cero, conectando este valor con las condiciones de partida del experimento. Otros grupos lo comprendieron como la intersección de la curva con el eje y, reforzando su lectura desde una perspectiva gráfica. También emergieron significados vinculados a la precisión experimental del origen, a la dependencia del sistema de referencia utilizado en la captura de datos, o a la comparación entre trayectorias iniciales en distintos ensayos.

Finalmente, algunos grupos enfocaron su análisis en el comportamiento del gráfico, observando que c desplaza verticalmente la parábola sin alterar su forma, lo que da lugar a una interpretación visual del modelo. Estas respuestas muestran cómo el parámetro c, aunque menos evidente desde el punto de vista cinemático, puede ser resignificado a partir de la experiencia de modelación, movilizando distintos registros y enfoques de análisis. La Tabla 5 presenta los ejemplos más representativos de estas categorías, junto a los grupos que las sostienen.

Tabla 5

Significados del parámetro *c* en el contexto de un ajuste cuadrático que modela el plano inclinado

Grupo	Ejemplo de informe o síntesis textual	Significado atribuido al parámetro	Tipo de enfoque	Grupos codificados
G1	"El parámetro c indica la distancia inicial del objeto cuando t = 0. Si c ≠ 0, significa que el objeto no partió desde el origen."	Condición inicial de posición	Físico cinemático	G1, G3, G4, G5, G6, G8, G10, G13, G14, G15, G16, G18
G2	"c es el punto de intersección con el eje y, que representa el valor de la función cuando el tiempo es 0."	Intersección con el eje y	Gráfico geométrico	G2, G3, G7, G12, G14, G17
G9	"El valor de c fue muy cercano a cero. Esto confirma que el objeto comenzó casi desde el origen del sistema de referencia."	Precisión del experimento respecto al origen	Físico experimental	G6, G9, G10, G14, G15, G16
G11	"La posición del objeto cambia según el sistema de referencia. Si la cámara no está alineada con el inicio del plano, c cambia."	Dependencia del sistema de referencia	Físico contextual	G8, G11, G12, G14, G16, G18
G13	"c permite saber desde dónde partió cada objeto. Esto fue útil para comparar dos experimentos realizados con distintos ángulos."	Comparación entre condiciones iniciales	Comparativo experimental	G4, G6, G10, G13, G14, G17
G20	"Al cambiar el valor de c en GeoGebra, vimos que la parábola subía o bajaba. No cambia la forma, solo su posición vertical."	Desplazamiento vertical del modelo	Visual matemático	G5, G7, G10, G12, G17, G20

Los resultados obtenidos sobre el parámetro c confirman el patrón ya observado en los análisis anteriores de a y b: los significados emergentes no son únicos ni estandarizables, sino que dependen de la manera en que cada sujeto articula sus herramientas matemáticas con el fenómeno observado. La variedad de enfoques —físico, geométrico, experimental, contextual y visual— refleja trayectorias diferenciadas de sentido, donde c es resignificado tanto en función del fenómeno (como condición inicial o precisión del experimento), como en relación con el modelo matemático en sí mismo (como desplazamiento gráfico o intersección con el eje y).

Esta diversidad da cuenta de una modelación que no transita en una sola dirección, desde el fenómeno hacia el objeto, sino que implica un proceso reflexivo en que el fenómeno resignifica el modelo y, al mismo tiempo, el modelo permite reinterrogar al fenómeno desde las herramientas matemáticas que el sujeto pone en uso.

En este sentido, la experiencia de modelación evidencia un funcionamiento cíclico en el cual se cruzan el contexto, el fenómeno, el modelo y las trayectorias personales de cada estudiante. Tal como plantea la modelación desde una perspectiva sociocultural, los significados no se encuentran dados por el objeto matemático en sí ni por el contexto de manera aislada, sino que emergen del uso situado que el sujeto epistémico realiza en el acto de modelar. En el caso del parámetro c, esta dinámica se vuelve especialmente evidente, permitiendo observar cómo las propias herramientas del modelador son también puestas en cuestión, ampliadas o resignificadas durante el proceso.

4.5 Episodio quinto: Entendimientos y significados emergentes sobre la derivada. Durante el análisis de los informes emergieron diversas concepciones en torno al concepto de derivada. Estas apariciones espontáneas, tanto en forma de afirmaciones conceptuales como procedimentales, responden probablemente al avance formativo del estudiantado, quienes al cursar el sexto semestre de la Licenciatura en Educación Matemática ya han completado asignaturas como Cálculo Diferencial e Integral.

En el contexto de una actividad centrada en el análisis de un fenómeno de desplazamiento —como es el movimiento en un plano inclinado—, múltiples grupos movilizaron conocimientos previos relacionados con la derivada. Se identificaron concepciones que reconocen a la derivada como velocidad, como cambio de curvatura o aceleración, como pendiente inicial, o como herramienta formal del cálculo que permite deducir o justificar modelos funcionales. En otros casos, el concepto aparece implícitamente en la interpretación gráfica del fenómeno. Sin embargo, también se observaron grupos en los que no se menciona ni se logra inferir ningún uso o referencia al concepto de derivada.

Estas concepciones emergentes, diversas en forma y profundidad, dan cuenta de la manera en que las herramientas matemáticas previamente adquiridas se activan —o no— en el proceso de modelación, dependiendo del sujeto epistémico y de su forma de vincular el fenómeno con los objetos matemáticos en juego. La Tabla 6 sintetiza las concepciones y significados identificados, ilustrados con ejemplos extraídos o parafraseados de los informes estudiantiles.

Tabla 6

Concepciones y significados que emergen sobre la derivada en el contexto de una experiencia de modelación del plano inclinado

Tipo de concepción / Descripción	Ejemplos / Parafraseos desde los informes
Derivada como velocidad: Se reconoce que la derivada de la posición respecto al tiempo es la velocidad.	G3: 'La derivada de la distancia respecto al tiempo es la velocidad, por tanto, b representa la velocidad inicial.' G4: 'Al derivar la función de posición, se obtiene la velocidad inicial.' G9: 'b es la velocidad en el tiempo inicial, lo que se deduce al derivar la posición.' G10: 'La velocidad inicial se obtiene desde la derivada de la función de distancia.'
Derivada como cambio de curvatura / segunda derivada como aceleración: La concavidad de la parábola se asocia con la segunda derivada, vinculada a la aceleración.	G4: 'El parámetro a representa la aceleración, que corresponde a la segunda derivada de la posición.' G8: 'a es la derivada de la velocidad, o sea, la aceleración constante del movimiento.' G12: 'La aceleración del objeto está dada por la segunda derivada, y ese valor es a.'
Derivada como herramienta formal del cálculo: Uso de derivadas e integrales para justificar ecuaciones del movimiento.	G4: 'Integrando la velocidad obtenemos la distancia: $s(t) = \frac{1}{2} at^2$.' G8: 'Derivamos para obtener velocidad, integramos para recuperar posición.' G11: 'Usamos derivadas para explicar el cambio en la función de posición con respecto al tiempo.'
Derivada implícita en el análisis gráfico: El crecimiento de la curva se interpreta como aceleración creciente, sin mención directa a la derivada.	G6: 'Al observar que la curva crece más rápidamente, deducimos que el objeto acelera más.' G13: 'La gráfica muestra una aceleración porque la distancia aumenta cada vez más rápido.' G7: 'Aunque no se menciona derivada, se interpreta el crecimiento como aceleración.'
Derivada como pendiente: Se interpreta b como pendiente o razón de cambio inicial, sin nombrar derivadas.	G9: 'b representa la pendiente al inicio del movimiento, que se asocia con rapidez.' G14: 'La inclinación de la curva al inicio es b, que muestra cuán rápido comienza el objeto.' G13: 'El valor b indica la pendiente de partida de la curva, aunque no se diga derivada.'
Ausencia de derivada: No se menciona ni se infiere el concepto de derivada en el análisis.	G1: 'No se hace ninguna referencia a velocidad ni a derivadas.' G15: 'El análisis se enfoca solo en los valores de los parámetros sin conexión con derivadas.'

Lo que observamos en esta experiencia es la emergencia de una práctica matemática compartida: el uso de la derivada ante fenómenos que involucran desplazamiento, velocidad o aceleración. Esta práctica no fue solicitada explícitamente en la consigna de trabajo, pero aparece de manera natural en los informes del estudiantado, evidenciando que, como sujetos epistémicos, movilizan un repertorio de saberes matemáticos, culturales y experienciales adquiridos a lo largo de su formación, los cuales median la comprensión del fenómeno y la resignificación de los objetos matemáticos en juego.

Al enfrentarse a un fenómeno como el plano inclinado, donde existe desplazamiento, esta herramienta emerge como recurso significativo que les permite aproximarse al fenómeno desde diversas perspectivas: física, experimental, gráfica o algebraica. Así, la actividad de modelación activa en los estudiantes el uso de la derivada no solo como un procedimiento formal, sino como un conjunto de significados conceptuales que resignifican el fenómeno observado.

Lo relevante aquí es que, aun sin instrucción explícita, se despliega una práctica matemática, en la que la derivada se convierte en puente entre las herramientas escolares disponibles y la comprensión profunda del fenómeno, evidenciando cómo el contexto y la experiencia modeladora permiten resignificar el saber matemático puesto en juego.

5. Análisis y conclusiones

5.1 Sobre modelación, matemática escolar y resignificación. Esta experiencia de modelación empírica del plano inclinado —a diferencia de la propuesta curricular tradicional de la educación secundaria en Chile, donde se aborda de manera principalmente discursivo (Ministerio de Educación, 2021; véanse Figuras 1–3) — fue implementada como una actividad experimental en la formación inicial de profesores de matemática. En este contexto, si bien la actividad se enmarca dentro del ámbito de la matemática escolar, permitió que las y los futuros docentes vivieran una experiencia en la cual los conocimientos matemáticos, habitualmente abordados desde un enfoque procedimental, adquirieran un nuevo estatuto: el de herramientas científicas puestas en juego para comprender y analizar un fenómeno físico concreto.

Desde esta perspectiva, observamos que la modelación —ya sea entendida como metodología, como objeto matemático o como habilidad— se constituye en una oportunidad para tensionar e incluso romper con los límites del discurso matemático escolar. Esta ruptura no se debe a que la experiencia escape de lo escolar, sino a que el estudio del fenómeno experimental exige mucho más que la aplicación de algoritmos o procedimientos estandarizados. Requiere una reflexión profunda de quien modela, utilizando en el proceso objetos matemáticos que le permiten dar sentido al fenómeno y que en este caso están asociados al estudio de funciones y al campo del cálculo escolar.

Cuando los estudiantes utilizan una función cuadrática, GeoGebra o una herramienta de inteligencia artificial para intervenir el fenómeno físico, dichos objetos dejan de operar como simples recursos de cálculo y se transforman en medios de producción de conocimiento. En este sentido, los comprendemos como instrumentos epistémicos (Arrieta y Díaz, 2015; Pérez-Vera y Salazar-Cortez, 2024b), pues median la articulación entre lo matemático y lo real, posibilitando la generación de nuevos significados en la acción de modelar. Esta transformación del rol del objeto matemático confirma lo planteado en la teoría socioepistemológica: el conocimiento adquiere sentido en el uso, cuando se pone en juego en prácticas situadas que buscan intervenir un fenómeno.

Este tránsito entre lo discursivo y lo experimental —que la modelación facilita como herramienta de intervención sobre un fenómeno— desestabiliza el carácter estático del conocimiento matemático escolar. En su lugar, promueve trayectorias diversas, ya que cada ruta de modelación resulta única y singular, determinada por quien modela. Así, se constata que, aun ante un mismo fenómeno experimental y con una formación matemática común, las rutas de modelación y los significados atribuidos a los objetos matemáticos son múltiples. Estas trayectorias responden tanto a la necesidad epistémica de cada grupo como a su propia forma de relacionarse con el fenómeno y con la matemática.

Esta diversidad de caminos evidencia que emergen nuevos significados vinculados al cálculo escolar y a la modelación de fenómenos físicos como el plano inclinado. Sin embargo, también deja en evidencia que dichos significados no se construyen exclusivamente desde el fenómeno estudiado, sino que dependen íntegramente del sujeto que modela. Este sujeto, al que comprendemos como sujeto epistémico, moviliza no solo herramientas matemáticas, sino también concepciones sobre ellas: ideas previas, comprensiones, creencias, intuiciones y formas de entender los objetos matemáticos.

Lo que se observa entonces, a partir del análisis de los discursos presentes en los informes estudiantiles, es que los objetos matemáticos puestos en juego —como la función cuadrática y sus parámetros *a, b* y *c* —, si bien son comunes en términos formales, adquieren significados particulares según las trayectorias, necesidades e interpretaciones de cada sujeto. Esta resignificación confirma que el modelo y lo modelado no existen en un vacío conceptual, sino que son activados y transformados desde la experiencia situada de quien modela.

5.2 La red de uso y significados en la actividad de modelación. Uno de los aspectos que más llamó nuestra atención durante el proceso fue constatar que, aun tratándose de una experiencia enmarcada en la formación inicial de profesores de matemática —y, por tanto, dentro del campo de la matemática escolar—, los usos y significados atribuidos a los objetos matemáticos no fueron homogéneos ni unívocos. Por el contrario, emergieron múltiples concepciones y formas de uso en torno a los elementos del modelo cuadrático y al concepto de derivada, las cuales varían tanto entre individuos como entre equipos. Esta diversidad no representa una confusión conceptual, sino más bien una red de significados construida desde distintos focos: lo físico, lo geométrico, lo matemático, lo contextual, lo conceptual y lo procedimental.

Los objetos matemáticos —en este caso, los parámetros de la función cuadrática y la derivada— se ponen en uso desde trayectorias diferenciadas, determinadas por el sujeto que modela y por el contexto específico en el que ocurre la modelación. Esta experiencia se situó en el fenómeno del plano inclinado, y fue precisamente en esa interacción concreta entre fenómeno, herramientas matemáticas y sujeto epistémico donde los significados emergieron. Si bien nuestra hipótesis inicial suponía que las concepciones tenderían a converger hacia una idea común del objeto matemático, los resultados mostraron lo contrario: los caminos fueron diversos, pero la práctica fue común.

En este sentido, no observamos una fragmentación del objeto matemático, sino más bien una convergencia práctica que se manifiesta en la acción de modelar. La función cuadrática y la derivada aparecen en todos los informes, pero lo hacen desde distintos orígenes y mediante distintas rutas de acceso. Estos recorridos diversos no niegan el objeto en común, sino que lo robustecen al mostrar que puede ser comprendido, resignificado y utilizado desde múltiples perspectivas. Así, la práctica de derivar, o la puesta en uso del modelo cuadrático, se consolidan como prácticas matemáticas compartidas, aunque construidas desde trayectorias epistémicas singulares.

En términos de lo cuadrático, evidenciamos para esta experiencia en particular y en un contexto de formación de profesores y profesoras, que los significados de lo cuadrático que emergen de cada sujeto, al vivenciar una experiencia de modelación, y producto del uso de los objetos matemáticos, emergen nuevos significados asociados al contexto y al fenómeno en estudio, pero estos nuevos significados no son solo parte del cada individuo, pasan a ser parte del conocimiento colectivo. Esto, a nuestro entender, evidencia primero que todo, que lo cuadrático es una práctica socialmente compartida, esto independiente de la concepción inicial de cada sujeto, ya que por medio del uso y la modelación, se converge a un saber en lo colectivo. Lo anterior, como gran proceso, lo entendemos como una construcción social del conocimiento matemático, específicamente de lo cuadrático, evidenciando además, que la modelación se fortalece como un puente entre el saber individual hacia lo colectivo. La Figura 9 sintetiza este proceso de tránsito entre significados individuales y colectivos, mostrando cómo las prácticas de modelación permiten la resignificación de lo cuadrático en la formación inicial docente.

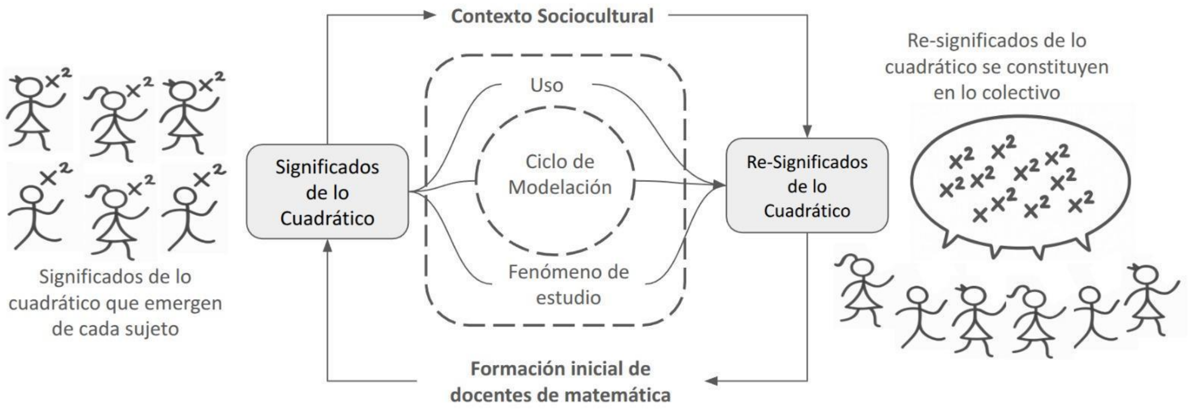

Figura 9. Resignificación colectiva de lo cuadrático al vivenciar un ciclo de modelación matemática escolar. Adaptado de Pérez-Vera y Salazar-Cortez (2024b, p.17)

Desde esta mirada, el foco no debe centrarse exclusivamente en la relación entre el objeto matemático y el fenómeno modelado, sino que debe ampliarse para incluir al sujeto que modela, es decir, al sujeto epistémico. Son sus herramientas, sus concepciones previas, sus formas de relacionarse con lo matemático y con lo contextual las que median la construcción de significado. Es en este espacio epistémico de modelación (Carrasco et al., 2014) donde se articula la experiencia personal, el saber matemático y la intervención sobre el fenómeno. Lo que esta investigación muestra es que no hay una única forma de comprender la función cuadrática o la derivada; lo que sí existe es una práctica compartida de modelar, donde estos objetos se resignifican al ser usados para intervenir un fenómeno.

Cada sujeto accede a ellos desde un camino particular, pero converge en su uso: comprender el fenómeno estudiado. Si bien esta experiencia no permite aún afirmar que la modelación se configure plenamente como una práctica socialmente compartida, sí muestra acciones y actividades convergentes que podrían encaminarse hacia dicha configuración en contextos sostenidos. Esta convergencia no se da al nivel de la definición o de la representación única, sino en la práctica misma, donde la modelación propicia un tránsito entre el saber individual, el saber colectivo y la resignificación del saber escolar (Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa, 2024; Pérez-Vera y Salazar-Cortez, 2024b).

5.3 La modelación como actividad de construcción del conocimiento. A partir de los resultados obtenidos y del diálogo con la perspectiva socioepistemológica que orienta este estudio, comprendemos la modelación como una actividad epistémica situada, en la que se articulan saberes matemáticos, tecnológicos, culturales y sociales para producir conocimiento en torno a un fenómeno. No se trata de un procedimiento didáctico ni de la aplicación de técnicas formales, sino de un proceso de construcción de conocimiento, en el que el sujeto epistémico moviliza, reconfigura y resignifica sus herramientas al intervenir en la realidad.

De acuerdo con Arrieta y Díaz (2015), la modelación implica una articulación intencionada entre dos entes —el modelo y lo modelado— orientada a la intervención sobre un fenómeno. Este acto genera un espacio epistémico de modelación (Carrasco, Díaz y Buendía, 2014), donde el sujeto articula lo experiencial, lo operacional y lo perceptual, transformando simultáneamente el fenómeno y sus propias herramientas matemáticas.

Esta dinámica convierte a los objetos matemáticos o tecnológicos en instrumentos epistémicos (Pérez-Vera y Salazar-Cortez, 2024b), es decir, en medios de producción de conocimiento que median entre lo matemático y lo real. En el contexto de la formación inicial docente, cuando los estudiantes utilizan funciones cuadráticas, GeoGebra o inteligencia artificial para analizar un fenómeno, dichas herramientas adquieren sentido en la acción y dejan de ser simples recursos de cálculo.

Siguiendo a Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa (2024), entendemos que toda actividad epistémica se organiza dentro de un entramado de acciones y actividades que responden a fines y normas compartidas. En este sentido, la modelación puede proyectarse como una práctica socialmente compartida, aunque en esta investigación se aborda fundamentalmente en su dimensión individual y situada, como proceso de significación y resignificación del saber matemático escolar.

En síntesis, sostenemos que la modelación es una actividad epistémica en la cual el sujeto, al intervenir un fenómeno con herramientas matemáticas, tecnológicas y culturales, construye y resignifica conocimiento. Su valor no reside únicamente en los modelos producidos, sino en las transformaciones cognitivas y epistémicas que acontecen en quien modela, reafirmando su potencial para articular el saber escolar con el saber científico y para dotar de sentido al conocimiento matemático en contextos auténticos de aprendizaje.

En suma, la modelación opera como una actividad epistémica situada, en la que el proceso de construcción del modelo y las transformaciones de sentido que este genera en quien modela constituyen un mismo acto de conocimiento. En este entramado, el modelo no es solo un resultado, sino parte del propio proceso de comprensión, donde la interacción entre herramientas, fenómeno y sujeto produce significados que dotan de sentido a la matemática en contextos auténticos de aprendizaje.

Bibliografía

Aguerrea, M., Rodríguez-Alveal, F., y Huincahue, J. (2025). Explorando competencias de modelación matemática y errores en la formación docente. PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 19(2), 187–221. https://doi.org/10.30827/pna.v19i2.30336

Alban, G., Arguello, A., y Molina, N. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). Recimundo, 4(3), 163–173. https://doi.org/10.26820/recimundo/4.(3).julio.2020.163-173

Arrieta, J., y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18(1), 19–48. https://doi.org/10.12802/relime.13.1811

Balda, P., y Buendía-Ábalos, G. (2024). La periodicidad: Significados desde su uso en la huerta escolar para la matemática escolar. Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática, 4(1), 1–24. https://doi.org/10.54541/reviem.v4i1.101

Bancayán-Ore, C., y Vega-Denegri, P. (2020). La investigación-acción en el contexto educativo. Paideia XXI, 10(1), 233–247. https://doi.org/10.31381/paideia.v10i1.2999

Carrasco, E., Díaz, L., y Buendía, G. (2014). Figuración de lo que varía. Enseñanza de las Ciencias, 32(3), 365–384. https://ddd.uab.cat/record/126026

Cervantes, Ó., y Reyes-Gasperini, D. (2016). La construcción social de un lenguaje simbólico desde las prácticas. Perfiles Educativos, 38(151), 67–86. Universidad Nacional Autónoma de México. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13250921005

Espinoza-Freire, E. (2020). La investigación cualitativa, una herramienta ética en el ámbito pedagógico. Conrado, 16(75), 103–110. http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1990-86442020000400103&script=sci_arttext

Guerrero-Ortiz, C. (2024). Modelización en la educación matemática: Tendencias, perspectivas e implicancias en la formación de profesores. Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM), 4(3), 29. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9812470

Mayring, P. (2014). Qualitative content analysis: Theoretical foundation, basic procedures and software solution. Beltz. https://www.ssoar.info/ssoar/bitstream/handle/document/39517/ssoar-2014-mayring-Qualitative_content_analysis_theoretical_foundation.pdf

Messiou, K. (2019). Collaborative action research: Facilitating inclusion in schools. Educational Action Research, 27(2), 197–209. https://doi.org/10.1080/09650792.2018.1436081

Ministerio de Educación [MINEDUC]. (2021). Límites, derivadas e integrales (Unidad de Currículum y Evaluación). Santiago, Chile: MINEDUC.

Morales, A., Mena-Lorca, J., Mena-Lorca, A., y Carranza, P. (2025). Fomento de habilidades en la formación inicial de profesores de matemáticas para el siglo XXI. Formación Universitaria, 18(1), 75–88. http://dx.doi.org/10.4067/s0718-50062025000100075

Paredes-Cancino, C. G., & Montiel-Espinosa, G. (2024). Propuesta de un modelo epistemológico para la enseñanza de la inferencia bayesiana. Boletim de Educação Matemática (Bolema), 39(e230278). https://doi.org/10.1590/1980-4415v39e230278

Perez-Van-Leenden, M. (2019). La investigación acción en la práctica docente: Un análisis bibliométrico (2003–2017). Magis: Revista Internacional de Investigación en Educación, 12(24), 177–192. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7768757

Pérez-Vera, I., y Salazar-Cortez, P. (2024a). Diseño de un curso de formación inicial para profesores, que integra la modelación matemática escolar con evaluación de tecnologías. El cálculo y su enseñanza, 20(1), 15–44. https://doi.org/10.61174/recacym.v20i1.215

Pérez-Vera, I., y Salazar-Cortez, P. (2024b). Modelación matemática como propuesta de trabajo para superar obstáculos y dificultades en el cálculo escolar: Una experiencia en formación inicial docente. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 37(1). https://alme.org.mx/revista/index.php/alme/article/view/100

Rendón-Mesa, P., Castrillón-Yepes, A., y Villa-Ochoa, J. (2024). Componentes de la modelación matemática y sus contribuciones en la realización de proyectos por parte de futuros profesores de matemáticas. Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM), 4(3), 41. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9812469

Ruiz Bueno, A. (2021, julio). El contenido y su análisis: Enfoque y proceso. Universitat de Barcelona. https://hdl.handle.net/2445/179232