

La presentación del concepto de variable en libros de texto:

Un Análisis Comparativo

The Presentation of the Variable Concept in Textbooks: A Comparative Analysis

El Cálculo y su Enseñanza

ISSN: 2007-4107 (electrónico)

José Luis Díaz Gómez

joseluisdiazgomez@gmail.com

Universidad de Sonora

México

Recibido: 09 de septiembre de
2024

Aceptado: 15 de diciembre de
2024

Autor de Correspondencia:

José Luis Díaz Gómez



Resumen: El concepto de variable es fundamental en el aprendizaje del álgebra y otras áreas de las matemáticas, pero su comprensión sigue siendo un desafío significativo para estudiantes de diversos niveles educativos. Este artículo analiza cómo se presenta el concepto de variable en 100 libros de texto de primaria, secundaria, preparatoria y universidad, con el objetivo de identificar patrones, inconsistencias y oportunidades de mejora. Los resultados muestran que la mayoría de los textos lo aborda como un número general o una incógnita, mientras que enfoques más avanzados, como la variable como relación funcional, son menos frecuentes. Se concluye que es necesario integrar definiciones más amplias y contextualizadas para mejorar la comprensión conceptual del estudiante.

Palabras clave: Variable, álgebra, libros de texto, educación matemática, conjunto de reemplazo, relación funcional

Abstract: The concept of variable is fundamental in learning algebra and other areas of mathematics, but its understanding remains a significant challenge for students at various educational levels. This article analyzes how the concept of variable is presented in 100 elementary, middle school, high school, and college textbooks, with the objective of identifying patterns, inconsistencies, and opportunities for improvement. The results show that most of the texts approach it as a general number or an unknown, while more advanced approaches, such as the variable as a functional relationship, are less frequent. It is concluded that it is necessary to integrate broader and contextualized definitions to improve students' conceptual understanding.

Keywords: Variable, algebra, textbooks, mathematics education, replacement set, functional relationship

1. Introducción

En los cursos de Matemáticas de todos los niveles educativos, los libros de texto y los materiales escritos han sido tradicionalmente los principales recursos para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje (Love y Pimm, 1996). Su amplia disponibilidad y su papel como herramientas fundamentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje los convierten en recursos esenciales para comprender la evolución y transmisión de los conceptos matemáticos fundamentales.

Los libros de texto, como herramientas pedagógicas, determinan en gran medida cómo y qué aprenden los estudiantes (Okeeffe, 2013; Rivers, 1990; Valverde et al., 2002). Si bien muchas editoriales han realizado un notable esfuerzo en modernizar el diseño y la estructura de estos materiales, persiste la interrogante sobre si incorporan adecuadamente los hallazgos de investigaciones en Educación Matemática (Schmidt et al., 2004; Reys et al., 2007), particularmente en cuanto a la enseñanza de nociones esenciales como el concepto de variable.

El concepto de variable es un elemento crucial en el pensamiento matemático, ya que permite modelar situaciones del mundo real, generalizar problemas y establecer conexiones entre distintas áreas de las matemáticas. Diversos estudios han mostrado que la comprensión del concepto de variable sigue siendo un desafío para los estudiantes (Kilhamn, et al. 2022; Dogbey, 2010; Trigueros y Ursini, 2000; Herrera et al., 2016), ya que este concepto, aunque fundamental, suele presentarse de manera ambigua o insuficiente en los materiales educativos. Este hecho subraya la importancia de evaluar cómo los libros de texto abordan este tópico (Lavin, 2022; Trigueros y Ursini, 2000), dado que su correcta presentación podría impactar positivamente en el desarrollo del razonamiento algebraico y matemático.

Este trabajo es una actualización de los estudios realizados por Díaz y Morales. Con el objetivo de analizar esta situación, llevamos a cabo una revisión de varios libros de matemáticas de los distintos niveles educativos, utilizando un enfoque sistemático basado en los lineamientos de estudios previos (Díaz y Morales, 2005; Morales y Díaz, 2008). Este estudio preliminar revela que algunos textos apenas dedican una página a explicar el concepto de variable, mientras que otros no incluyen una definición explícita. Esto resulta paradójico, considerando que las variables son un componente omnipresente en la matemática, predominando en casi todas las páginas de los textos. Además, las definiciones que se ofrecen suelen variar ampliamente en contenido y

enfoque, lo que podría contribuir a las dificultades que enfrentan los estudiantes para comprender este concepto fundamental.

2. El problema

Este trabajo se fundamenta en investigaciones previas realizadas por Díaz y Morales (2005, 2008), quienes examinaron la conceptualización de las variables en libros de texto, identificando inconsistencias en la presentación del concepto. Varios investigadores, como Matz (1975), Kieran (1980) y Trigueros y Ursini (2000), han encontrado evidencia convincente de que muchos estudiantes, tanto de primaria como de universidad, tienen dificultades para resolver ciertos tipos de problemas elementales de álgebra. Los errores manifestados por los estudiantes suelen tener su origen en una concepción tenue y mal definida de las variables y del papel que estas desempeñan en la resolución de problemas matemáticos.

De acuerdo con nuestra revisión preliminar, una posible causa de esta problemática radica en la forma en que los libros de texto presentan el concepto de variable. Estos textos suelen dedicar poco espacio y tiempo a discutir y definir el concepto, lo que limita la comprensión de los estudiantes. Además, las definiciones ofrecidas suelen variar ampliamente, careciendo de consistencia y profundidad.

Con el propósito de explorar estas dificultades, llevamos a cabo una revisión exhaustiva de varios libros de texto, centrándonos en el ámbito educativo en el que trabajamos. Aunque la revisión no pretende ser exhaustiva, presenta una amplia gama de estilos en la presentación del contenido y la definición de variables. Este análisis busca identificar las características principales y los elementos utilizados en la definición de este concepto esencial, proporcionando un punto de partida para mejorar la comprensión conceptual en distintos niveles educativos.

Para contextualizar este trabajo, nos documentamos acerca de cómo se ha llevado a cabo el análisis de libros de texto en investigaciones previas, identificando varias metodologías aplicables (Gonzales y Sierra, 2004; Dogbey, 2010; Pang, et al., 2017; Lavin, 2022). Esta perspectiva enriquece nuestra aproximación y permite integrar hallazgos relevantes al estudio del concepto de variable.

El concepto de variable es uno de los pilares fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas, pero también uno de los más desafiantes para los estudiantes (Trigueros y Ursini, 2000). Diversos estudios han demostrado que los estudiantes a menudo tienen una comprensión limitada o errónea

de las variables, lo que impacta negativamente en su capacidad para resolver problemas algebraicos y avanzar en el estudio de matemáticas más avanzadas (Clement, 2000; Herrera et al., 2016). Una posible razón de esta deficiencia es la forma en que las variables se presentan en los libros de texto, que constituyen una de las herramientas principales de enseñanza en el aula. Sin embargo, los textos no siempre abordan el concepto de manera clara, uniforme o alineada con las investigaciones actuales.

3. Diferentes formas de analizar textos

En el ámbito de la educación matemática, Howson (1995) distingue dos enfoques principales para investigar los libros de texto: los estudios **a posteriori** y los estudios **a priori**. Los estudios a posteriori examinan el uso efectivo de los libros en el aula, evaluando cómo estos recursos han influido en el aprendizaje, mientras que los estudios a priori analizan la estructura y contenido de los textos antes de su implementación en situaciones de enseñanza. En este último enfoque destaca la contribución de Chevallard (1985), quien introduce la noción de transposición didáctica, refiriéndose a la transformación del conocimiento matemático académico en contenido escolar, un proceso que se refleja principalmente en los libros de texto.

Paralelamente, García y Llinares (1995) identifican dos líneas de investigación predominantes en el análisis de textos:

- a) **Estudios centrados en el contenido:** Estos trabajos analizan cómo se representan los conceptos matemáticos en los textos. Dentro de esta categoría se encuentran:
 - Investigaciones sobre los instrumentos de análisis aplicados a los textos. Por ejemplo, Van Dormolen (1986) y Otte (1986) exploran las relaciones entre el conocimiento matemático y su representación textual, así como las variaciones en su interpretación.
 - Estudios que abordan temas específicos. Por ejemplo, Küchemann (1987) analiza la forma en que los libros de texto presentan el concepto de razón y proporción.
- b) **Estudios centrados en el uso:** Estos trabajos investigan cómo los profesores utilizan los textos en el aula. Freeman y Porter (1989) describen estilos pedagógicos en el uso de libros de texto en la educación primaria, evaluando el grado de solapamiento entre el contenido del libro y el enseñado.

En este estudio, adoptamos un enfoque centrado en el contenido, examinando cómo se presenta el concepto de variable en diferentes textos. El análisis se enfoca en identificar las características

y elementos utilizados para definir este concepto, reconociendo que el alcance de este trabajo podría ampliarse en investigaciones futuras.

4. Metodología

El presente estudio se llevó a cabo a partir de un análisis exhaustivo de 100 libros de texto de matemáticas que abarcan los niveles de educación primaria, secundaria, preparatoria y universidad. Además, se incluyeron enciclopedias matemáticas recomendadas para diversos niveles educativos. La selección de los textos se realizó siguiendo criterios específicos:

1. **Relevancia educativa:** Textos ampliamente utilizados o recomendados en instituciones educativas.
2. **Accesibilidad:** Disponibilidad de copias físicas o digitales.
3. **Diversidad temporal:** Textos publicados entre 1970 y 2020 para capturar patrones históricos y tendencias contemporáneas.

4.1 Proceso de análisis

1. **Identificación de definiciones:** Se revisó cada texto buscando la definición explícita del término "variable" o, en su defecto, la página donde aparece por primera vez este concepto.
2. **Organización y sistematización de datos: Los datos recopilados se organizaron en una tabla que incluía:**
 - Definición encontrada.
 - Contexto en el que se presenta.
 - Referencia completa del texto.

4.2 Análisis conceptual

Las definiciones se analizaron para identificar regularidades en los enfoques empleados y términos matemáticos clave.

4.3 Clasificación temática:

Las definiciones se categorizaron de acuerdo a la clasificación dada por Trigueros y Ursini (2000).

- **Como incógnita:** Utilización de variables como elementos a determinar en una ecuación.

- **Como número general:** Representación de cualquier número dentro de un conjunto definido.
- **Como relación funcional:** Conexión entre variables a través de una relación matemática.
- **Sin definición explícita:** Textos que no ofrecen una definición formal, pero emplean el concepto en ejercicios o ejemplos.

4.4. Ejemplos ilustrativos.

A continuación, mostramos algunas definiciones representativas de los textos.

- “**Definición:** Una variable es una literal que adquiere varios valores en un problema dado. Para nombrar a un miembro genérico de un conjunto de números se emplea una variable tal como x, y, z, m, n, \dots ” (Gobran, 1990, pág.7)
- “...el símbolo x en (1) es un comodín que denota simplemente una variable que puede tomar distintos valores, es decir dentro de los símbolos de valor absoluto $||$, se pueden poner otras cantidades”. (Zill, y Dewar, 2008, pág. 12). Aquí aparece por primera vez la palabra variable y continúan usándolo en todo el libro.
- “Una variable es una letra o símbolo (por ejemplo, x, y, t, θ) que representa un número real no especificado.” (Demana et al., 2009, pág. 6).
- “Una variable es una letra que representa a cualquier número de un conjunto de dado de números”. (Steward, et al., 2013, pág. 24).
- “Recuerde que una variable es una letra que se utiliza para representar cualquier elemento de un conjunto. Sin embargo, a menos que se especifique lo contrario, las variables en este libro representarán números reales” (Tan, S., 2018).

4.5 Ampliación del análisis

Se observaron diferencias en la profundidad de las definiciones según el nivel educativo, con una tendencia a ofrecer explicaciones más abstractas en textos universitarios frente a ejemplos concretos y visuales en textos de primaria.

Los textos que no presentan definiciones explícitas tienden a depender del contexto para comunicar el concepto, lo que puede generar confusión en los estudiantes con menos experiencia matemática.

5. Resultados

El análisis de los 100 libros revisados reveló que el concepto de variable se presenta de formas diversas, con enfoques que varían en profundidad y claridad. Los resultados se categorizaron en cinco grandes temas: el conjunto de reemplazo, la variación, constantes y variables, el concepto como componente de otros términos matemáticos, y la ausencia de definición explícita en ciertos textos. A continuación, se describen cada uno de estos aspectos con ejemplos representativos.

5.1 El conjunto de reemplazo

El conjunto de reemplazo de una variable incluye todos los elementos que pueden sustituirla. Este conjunto puede estar formado por objetos, números individuales o incluso conjuntos de números. En álgebra de nivel secundario, el conjunto de reemplazo suele ser el conjunto de los números reales. Sin embargo, en áreas más avanzadas como el Álgebra Lineal, el conjunto de reemplazo puede consistir en vectores; en Ecuaciones Diferenciales, en funciones; y en Topología, a menudo se compone de conjuntos de conjuntos.

A pesar de su importancia, al introducir el concepto de variable generalmente no se ofrece una definición que abarque todas las posibilidades del conjunto de reemplazo. Por lo general, solo se menciona que la variable representa números, lo cual limita la abstracción y alcance del concepto. A continuación, se presentan algunas formas comunes en que los textos revisados describen el conjunto de reemplazo:

a) El conjunto de reemplazo como un conjunto de objetos.

Una definición amplia y general del conjunto de reemplazo es la que ofrecen Mazani y sus colegas (1968, pág. 34): “Las letras tales como a , b , c , ... que pueden representar cualquier elemento (definido, pero no especificado) de un conjunto (este conjunto puede estar formado por cualquier tipo de objetos: personas, números, funciones, etc.) se llaman variables”. Por otra parte, Murray (1969, pág.75) da una definición aún más general en el libro de Álgebra Superior: “Una variable es un símbolo al que se le puede asignar un conjunto de valores”. Sin definir el tipo de valores al que se refiere”. Estas definiciones subrayan la flexibilidad de las variables para representar elementos de naturaleza diversa, abarcando mucho más que números. **(11 libros citados)**

b) El conjunto de reemplazo como un conjunto de números

En la mayoría de los casos, el conjunto de reemplazo se limita a números, generalmente números reales. Sin embargo, muchos estudiantes no llegan a comprender completamente esta idea. Según Kieran (1981) y Matz (1979), los estudiantes suelen interpretar las variables como etiquetas que representan entidades concretas, en lugar de abstraerlas como elementos numéricos.

Un ejemplo de esta perspectiva es la definición ofrecida por Barnet (1960, pág. 234), quien afirma: “Una variable en álgebra es una letra que representa cualquier número de un conjunto de números bajo discusión, siempre que el conjunto contenga más de un número”. Esta visión, reflejada en **46 textos revisados**, enfatiza la conexión entre las variables y los números dentro de un conjunto específico, pero puede limitar la apreciación de su carácter abstracto.

c) La variable se reemplaza por un único número.

En este caso, no se hace referencia a un conjunto ni se reconoce la naturaleza múltiple de la variable. Un ejemplo de esta perspectiva se encuentra en el libro *Matemáticas: Aplicaciones y Conexiones* (Glencoe, 1999, pág. 12), donde se menciona: “Algunas ecuaciones además contienen variables. La ecuación $x + 9 = 17$ no es ni verdadera ni falsa hasta que x se sustituya con un número que la hace verdadera. Resuelves la ecuación cuando reemplazas la variable con un número que la hace verdadera”.

Esta descripción, presente en **6 textos revisados**, ilustra un enfoque limitado, centrado únicamente en la sustitución de la variable por un único valor numérico para satisfacer la ecuación, dejando de lado su potencial como representante de múltiples elementos dentro de un conjunto.

d) Enfoques alternativos para introducir variables

Algunos textos presentan enfoques que no se ajustan a los casos a), b) y c). En estos casos, el autor utiliza símbolos específicos como "guardalugares" para representar las variables. Por ejemplo, en el libro *Gráficas, Relaciones y Funciones de la NCTM* (1979, pp. 13-14), además del símbolo \square , se emplean otros como Δ , n y x para denotar variables. Este enfoque permite una **representación** más visual y flexible de las variables. (6 textos revisados)

Un ejemplo de este tratamiento se encuentra en la pregunta: “¿Qué aspecto tiene en matemáticas una proposición abierta?”, seguida de expresiones como las siguientes:

$$2 + \square = 7$$

$$3xn < 12$$

$$6 - \Delta = 2$$

$$x + 2 > 5$$

En estos casos, no se puede determinar si las afirmaciones son verdaderas o falsas hasta que los símbolos \square , n , Δ y x sean reemplazados por números. En matemáticas se les llama variables.”

e) Textos que no incluyen una definición explícita de variable

En algunos textos, el concepto de variable no se define de manera explícita antes de ser utilizado.

Un ejemplo de esto se encuentra en libro Precálculo de Zill y Dewar (2008), donde el término "variable" aparece por primera vez en la página 4 al describir la solución de una desigualdad, “Nos interesa resolver diversas clases de desigualdades que contengan una variable. Si la variable x en una desigualdad como:

$$8x + 4 < 16 + 5x$$

Se sustituye por un número real a , y si el resultado es un enunciado correcto, se dice que a es una solución de la desigualdad”.

Ni esta proposición ni la definición de "variable" aparecen en las páginas previas, pero a partir de ese punto, el término "variable" se utiliza regularmente.

Asimismo, muchos libros de cálculo introducen las ideas de variables independientes y dependientes, pero suelen utilizar variables antes de definir las formalmente. Por ejemplo, en contextos como la definición del valor absoluto, intervalos o la resolución de ecuaciones, estos textos asumen que el estudiante ya comprende el concepto de variable. Ejemplos de esta práctica se observan en textos como los de Stewart (1994), Purcell (1992) y Zill (1987). (9 textos revisados)

5.2. Variación de las variables

Las definiciones presentadas en los libros reflejan diferentes formas en las que una variable puede variar. Estas se agrupan en al menos tres categorías:

a) Variables que no varían

En este caso, las variables actúan como incógnitas que se resuelven en problemas con una única respuesta o, en algunos casos, con un conjunto finito de respuestas. Por ejemplo, en el problema: “Encuentre el lado de un triángulo equilátero cuyo perímetro es igual a 21”, la solución requiere plantear la ecuación $3x = 21$, donde x representa el lado del triángulo. Aunque el conjunto de reemplazo de x podría incluir todos los números positivos, conceptualizamos un triángulo único cuyo lado no cambia.

Muchos libros de texto presentan problemas verbales con una única solución numérica. Este enfoque puede llevar al estudiante a asumir que el único reemplazo válido para una variable es un número específico. Por ejemplo, Thompson (1976, pág. 38) define las variables diciendo: “Las ecuaciones $3x - 5 = x - 3$, $x = x + 1$ y $b^2 = 4$ contienen una letra como variable. Si reemplazamos la letra con un número, obtenemos una expresión que es falsa o verdadera”. A partir de esta definición, el autor emplea el término variable para problemas similares. (22 textos revisados)

b) Variables discretas

La variabilidad discreta de una variable aparece principalmente en contextos de relaciones funcionales, donde se contrasta con la situación "estática" descrita en (a). Una forma común de demostrar la naturaleza discreta de una variable es mediante tablas, una técnica empleada en varios textos, aunque a menudo sin definir formalmente el concepto de variable, como sucede en libros de educación primaria. (23 textos revisados)

Por ejemplo, en el problema de encontrar el costo C de producir x cajas de madera, donde el costo está dado por la expresión $C=3x$, las tablas ayudan a ilustrar cómo x toma valores discretos, aunque potencialmente infinitos.

x	1	2	3	4
C	3	6	9	12

En este caso, la variable x se considera discreta, ya que solo toma valores específicos dentro de un rango.

c) Variables continuas

La variación continua de una variable se presenta de manera similar a la categoría (b), pero aquí se asume que la variable cambia de forma ininterrumpida. Un ejemplo típico es

la ecuación $s(t)=50t$, donde s representa la distancia y t , el tiempo (Lang, 1990, pág. 15). Sin embargo, comunicar el concepto de variación continua presenta desafíos, ya que el acto de reemplazar valores debe realizarse de manera discreta.

Por ejemplo, aunque el tiempo y la distancia son conceptualmente continuos, cualquier medida de ellos es discreta. Esto plantea una cuestión importante: ¿la simplificación de tratar entidades continuas de forma discreta facilita el problema o representa una sobre simplificación que diluye la esencia de la continuidad? (6 textos revisados)

5.3. En términos de constantes

Algunos textos establecen una distinción explícita entre constantes y variables, mientras que otros no lo hacen. De manera similar a lo que ocurre con el concepto de variable, el término "constante" también tiene una variedad de definiciones. Algunos textos definen la constante de forma independiente, otros la consideran un caso especial de variable, y algunos no la definen en absoluto.

Por ejemplo, Barnett (1984, pág. 3) afirma: “Una constante es un símbolo que corresponde exactamente a un objeto”. Sin embargo, esta definición no se encuentra ampliamente desarrollada en otros textos revisados. (1 libro citado)

5.4. Como componente de otro concepto matemático

Una característica común en varios libros es que las definiciones de variable y constante se introducen como parte de la definición de otros conceptos matemáticos, como expresiones algebraicas, polinomios, ecuaciones o fórmulas. Estas definiciones suelen estar ligadas a ejemplos específicos en problemas algebraicos. Algunos ejemplos son los siguientes:

“Utilizaremos letras (llamadas variables) y números al formar las expresiones y proposiciones con las que trabajaremos.

Una expresión algebraica es una colección de variables y números reales (llamados constantes) organizados de tal manera utilizando sumas, restas...” (Larson/Hostetler, 1985, pág. 40).

“En álgebra estamos interesados en sumas como $x+3$. El número 3 en la suma se llama una constante puesto que su valor es fijo. La letra x en la suma se llama variable, puesto que x puede representar a cualquier número de un conjunto de números dado. Las letras tales como x , y , z .

con frecuencia se utilizan como variables, pero cualquier símbolo se puede utilizar como variable” (Auvil, y Poluga, 1984, pág. 2).

“Un término (llamado también monomio) es una expresión que está compuesta por una constante o un producto de constantes y variables elevadas a potencias positivas” (Peterson, 1985, pág. 11).

Estas definiciones, aunque prácticas, tienden a oscurecer el verdadero significado de una variable. En esencia, una variable es un símbolo que representa una cantidad, relación u otras estructuras matemáticas. Sin embargo, su característica fundamental es que puede representar un conjunto de cantidades, relaciones o estructuras, no solo un valor único.

Cuando las variables se introducen dentro de ecuaciones, los estudiantes suelen desarrollar un error conceptual: creer que la variable representa únicamente el número que satisface la ecuación, es decir, el valor que la convierte en verdadera. Esto limita su comprensión del carácter más abstracto y versátil de las variables en matemáticas. (21 textos revisados)

5.5. Textos que no definen el término "variable" pero permiten analizar su enfoque a través del uso y caracterización.

En esta categoría se encuentran 35 textos revisados, en los que, aunque no se proporciona una definición explícita de variable, es posible inferir su tratamiento a partir del contexto y los términos utilizados.

5.6. Textos que no definen ni emplean la palabra "variable".

En 16 textos revisados, la palabra "variable" no aparece ni se utiliza, lo que dificulta identificar su enfoque o relevancia en el desarrollo del contenido matemático.

5.7. Clasificación basada en el uso del concepto de variable:

Se llevó a cabo un análisis de las definiciones para clasificar el uso de la variable en los textos, de acuerdo con la siguiente clasificación propuesta por Trigueros y Ursini (2000): como incógnita, como número general, como variable, y como relación funcional.

- Como incógnita: En esta categoría, la variable se utiliza principalmente para representar valores desconocidos en ecuaciones. (30 libros revisados)
- Como número general: En este caso, la variable se interpreta como un símbolo que representa cualquier número dentro de un conjunto específico. (65 libros revisados)

- Como relación funcional: Aquí, la variable se emplea para describir relaciones entre diferentes cantidades, especialmente en el contexto de funciones. (35 libros revisados)

6. Conclusiones

Los resultados de este análisis subrayan la urgente necesidad de mayor uniformidad y profundidad en la presentación del concepto de variable en los libros de texto de matemáticas. A pesar de que las variables son componentes esenciales en la enseñanza del álgebra y otras áreas matemáticas, este estudio ha revelado que las definiciones y enfoques empleados en los textos revisados a menudo son limitados y ambiguos, lo que contribuye a la confusión conceptual entre los estudiantes.

Se ha observado una predominancia de definiciones que consideran las variables principalmente como incógnitas o números generales, mientras que el tratamiento de las variables como relaciones funcionales es notablemente escaso. Esta tendencia sugiere una oportunidad significativa para que autores y editores de libros de texto integren explicaciones más contextualizadas y ejemplos prácticos que reflejen la aplicación de las variables en diversos contextos matemáticos, desde situaciones cotidianas hasta problemas más abstractos.

Asimismo, es fundamental que las definiciones de variables mantengan consistencia a lo largo de los diferentes niveles educativos. Esto facilitaría una transición más fluida en el aprendizaje de los estudiantes, desde la educación básica hasta la universidad. Integrar ejemplos que aborden tanto el uso abstracto de las variables como su aplicación en problemas reales promovería un entendimiento más completo y profundo del concepto.

Finalmente, se recomienda que futuras investigaciones no solo evalúen el impacto de estas mejoras en los libros de texto, sino también en las prácticas docentes. Esto garantizaría una enseñanza más efectiva y significativa del concepto de variable, contribuyendo al desarrollo de habilidades matemáticas sólidas en los estudiantes y permitiendo que puedan aplicar estos conocimientos en diversas áreas del conocimiento y en la vida diaria.

7. Limitaciones del Trabajo

Selección de Libros de Texto: El análisis se llevó a cabo sobre una muestra de 100 libros de texto, lo que, aunque proporciona una visión amplia, puede no ser representativa de todos los

materiales disponibles en el mercado. La selección se basó en textos ampliamente utilizados, pero podría excluir obras menos conocidas que también podrían ofrecer enfoques valiosos.

Enfoque Exclusivo en Definiciones: Este estudio se centró principalmente en las definiciones y la presentación del concepto de variable. Sin embargo, no se exploró en profundidad cómo estos conceptos son efectivamente enseñados en el aula ni el impacto de las dinámicas de enseñanza en la comprensión de los estudiantes.

Variabilidad en la Calidad de los Textos: La calidad de los libros de texto puede variar considerablemente, y algunos pueden no haber sido revisados o actualizados para reflejar los últimos hallazgos en Educación Matemática. Esto podría haber influido en los resultados y las conclusiones del estudio.

Limitaciones en el Análisis Contextual: Aunque se consideraron diferentes contextos de uso de las variables, el análisis no profundizó en cómo los factores culturales o sociales pueden influir en la comprensión de los conceptos matemáticos en diferentes grupos de estudiantes.

8. Futuras Investigaciones

Ampliación de la Muestra: Se sugiere realizar estudios que incluyan una muestra más amplia y diversa de libros de texto, incluyendo aquellos que son menos conocidos, para obtener una imagen más completa de las presentaciones del concepto de variable en la literatura matemática.

Investigación sobre Prácticas Docentes: Futuras investigaciones podrían enfocarse en cómo los docentes utilizan los libros de texto en el aula y cómo estas prácticas impactan la comprensión de los estudiantes sobre el concepto de variable. Esto podría incluir observaciones en el aula y entrevistas con educadores.

Estudios Comparativos: Se recomienda llevar a cabo estudios comparativos entre diferentes niveles educativos y entre diferentes sistemas educativos para identificar variaciones en la presentación y comprensión del concepto de variable.

Impacto de la Enseñanza Contextualizada: Es fundamental investigar el impacto de incorporar ejemplos contextualizados y aplicaciones prácticas del concepto de variable en los libros de texto, para evaluar cómo estas modificaciones pueden mejorar la comprensión y el interés de los estudiantes por la matemática.

Análisis de la Comprensión Estudiantil: Sería valioso realizar estudios que evalúen la comprensión del concepto de variable entre estudiantes de diferentes niveles, analizando cómo las presentaciones en los libros de texto influyen en su aprendizaje y en la resolución de problemas matemáticos.

9. Referencias

- Auvil, D., y Poluga, Ch. (1984). *Elementary Algebra*. Addison Wesley Publishing Company.
- Barnett, R. (1960). *Algebra: Principles and Applications*. McGraw-Hill.
- Barnett, R. (1960). *Elementary Algebra*. Schaum's.
- Barnett, R. (1984). *Intermediate Algebra*. McGraw-Hill.
- Blitzer, R. (2010). *College Algebra*. Pearson.
- Chevallard, Y. (1985). La transposición didáctica. *Revue Internationale de Didactique*, 2(1), 5-21.
- Clement, J. (2000) Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In Lesh, R. and Kelly, A., *Handbook of research methodologies for science and mathematics education* (pp. 341-385). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Demana, F., Waits, B., Foley, G., Kennedy, D. y Blitzer R. (2009) *Matemáticas Universitarias Introductorias con Nivelador Mymathlab*. Pearson Educación.
- Díaz, J, y Morales, L. (2005). El concepto de variable en los libros de texto. Publicación de la XV Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas.
- Dogbey, James K., (2010). *Concepts of Variable in Middle-Grades Mathematics Textbooks during Four Eras of Mathematics Education in the United States*. Graduate Theses and Dissertations. <https://scholarcommons.usf.edu/etd/1615>
- Freeman, D. J., & Porter, A. C. (1989). Do textbooks dictate the content of mathematics instruction in elementary schools? *American Educational Research Journal*, 26(3), 403-421.
- García, B., y Llinares C. (1995). El concepto de función a través de los textos escolares: reflexión sobre una evolución. *Curriculum*, No 10-11, pp. 103-115.
- Glencoe. (1999). *Matemáticas: Aplicaciones y Conexiones*. Glencoe/McGraw-Hill.
- Gobran A. (1990). *Algebra Elemental*. Grupo Editorial Iberoamericana.
- González A., y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas: los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias:*

- revista de investigación y experiencias didácticas*, 22(3), 389-408.
<https://doi.org/10.5565/REV/ENSCIENCIAS.3872>
- Herrera, E, Cuesta, B, y Escalante, J. (2016). El concepto de variable: un análisis con estudiantes de bachillerato. *Educación Matemática*, 28(3).
- Howson, G. (1995). *Mathematics Textbooks: A comparative Study of Grade 8 texts*. Vancouver: Pacific Educational Press.
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with equality symbols. *Educational Studies in Mathematics*, 12(3), 317-326.
- Kieran, C. (1980). Constructing meaning for non trivial equations. *Paper presented at the AERA conference*, Boston.
- Kilhamn, C., Bråting, K., Helenius, O., y Mason, J. (2022). Variables in early algebra: exploring didactic potentials in programming activities. *ZDM – Mathematics Education*, 54. 1273–1288.
<https://doi.org/10.1007/s11858-022-01384-0>
- Kuchemann, D. (1987). Learning and Teaching Ratio: A Look at some Current Textbooks. En P. Ernest (Ed.) *Teaching and Learning Mathematics. Part 2. Perspectives 34*. School of Education. University of Exeter.
- Lang, S. (1990). *Basic Mathematics*. Springer-Verlag.
- Larson, R., y Hostetler, R. (1985). *College Algebra*. D.C. Heath and Co.
- Lavin, A. (2022). *Variability in Variables: An Analysis of Variable Use in A Middle School Mathematics Textbook*. Undergraduate Honors Theses. 220. https://scholarsarchive.byu.edu/studentpub_uht/220
- Lovaglia, F. M. (1972). *Álgebra*. Harla.
- Love, E. y Pimm, D. (1996). This is so: A text on texts. In International handbook of mathematics edited by Alan Bishop, Ken Clements, Christine Keitel-Kreidt, Jeremy Kilpatrick and Colette Laborde, 371-409. Boston: Kluwer.
- Masani, P., Patel, R., y Patil, D. (1968). *Cálculo Diferencial e Integral*. Publicaciones Cultural, S.A.
- Matz, M. (1975). Towards a process model for high school algebra errors. *Cognitive Psychology*, 6(3), 317-339.
- Morales, L., Díaz, J. (2008). Un estudio del concepto de variable en los libros de texto. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21(1), 201-211.

La presentación del concepto de variable en libros de texto: Un Análisis Comparativo

- Murray R. (1969). *Álgebra Superior*. Schaum's, McGraw Hill.
- NCTM (1979). *Gráficas y Relaciones y Funciones*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Okeeffe, L. (2013). *A Framework for Textbook Analysis*. *Int. Rev. Cont. Lear. Res.* 2, No. 1, 1-13 (2013)
- Otte, M. (1986). What is a Text? En Christiansen, B., Howson, A.G. y Otte, M. (eds.). *Perspectives on Mathematics Education*, pp. 173-204. Dordrecht: Reidel.
- Pang, J., Cho, S. y Kim, J. (2017). An Analysis of Variable Concept in the Elementary Mathematics Textbooks and Workbooks. *The Mathematical Education*, 56(1), 81–100. <https://doi.org/10.7468/MATHEDU.2017.56.1.81>
- Peterson, J. (1985). *Algebra and its Applications*. Pearson.
- Purcell, E., y Varberg, D. (1998). *Cálculo*. Prentice Hall.
- Reys, R., Lindquist, M, y Lambdin, D. Smith, N. (2014). *Helping Children Learn Mathematics*. John Wiley & Sons.
- Rivers, J., (1990), Contextual Analysis of Problems in Algebra 1 Textbooks, University of South Carolina, *Presented at the annual meeting of the American Educational Research Association*, April, Boston, Massachusetts
- Schmidt, W., Houang, R., y Cogan, L. (2001). A Coherent Curriculum: The Case of Mathematics. *Journal of Direct Instruction*, 4(1), 13–28.
- Steward, J., Redlin, L, y Watson, S. (2013). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo*. Cengage Learning.
- Stewart, J. (1994). *Calculus*. Brooks/Cole Publishing.
- Sullivan, M. (2008). *Algebra and Trigonometry*. Pearson.
- Tan, S., (2018). *Matemáticas Aplicadas. A los negocios, las ciencias sociales y de la vida*. Cengage Learning.
- Thompson, R. (1976). *Intermediate Algebra*. Prindle, Weber & Schmidt, Inc.
- Trigueros, M. & Ursini, S. (2000). La conceptualización de la variable en la enseñanza media. *Educación Matemática*. 12(2).
- Valverde, G. and L. Bianchi and R. Wolfe and W. Schmidt and R. Houang, (2002), *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy into Practice through the World of Textbooks*, London: Kluwer Academic Publishers

Van Dormolen, J. (1986). Textual Analysis. In: Christiansen, B., Howson, A.G., Otte, M. (eds) *Perspectives on Mathematics Education. Mathematics Education Library*, vol 2. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-009-4504-3_4

Zill, D. (1987). *Cálculo*. Grupo Editorial Iberoamérica.

Zill, D., y Dewar, M. (2008). *Precálculo, con avances de cálculo*. MacGrawHill. Cuarta edición.