

Aprendizaje Basado en Problemas en la Enseñanza del Cálculo desde un Pensamiento Complejo

Problem-Based Learning in the Teaching of Calculus from Complex Thinking

El Cálculo y su Enseñanza
ISSN: 2007-4107 (electrónico)

Helí Herrera López

heli683@hotmail.com

Universidad de Guadalajara

Abraham Cuesta Borges

cuesta6@hotmail.com

Universidad Veracruzana
México

Recibido: 28 de octubre de
2024

Aceptado: 15 de noviembre de
2024

Autor de Correspondencia:

Helí Herrera López



Resumen: La enseñanza del Cálculo ha sido motivo de análisis en los últimos años mediante investigaciones centradas en el análisis de las dificultades desde diversos enfoques teóricos, donde solo existen estudiantes y docentes. Sin embargo, durante el proceso formativo existen multiplicidad de factores, los cuales se ven afectados por los estímulos externos e internos. La presente propuesta incluye analizar el proceso de enseñanza del Cálculo, aprovechando las ventajas que ofrece el pensamiento complejo que analiza las diversas interconexiones presentes en el proceso formativo, así como el uso de una metodología activa como el aprendizaje basado en problemas para que el estudiante visualice la aplicación de sus saberes en actividades propias de su entorno. La metodología se sustenta en un enfoque cualitativo, a través de entrevistas las cuales permitieron obtener las opiniones sobre las primeras impresiones y modificaciones experimentadas por los estudiantes. Los resultados mostraron que, no solo coadyuva a una mayor comprensión de los objetos matemáticos estudiados, sino a una concepción diferente del estudiantado sobre el curso y su desarrollo.

Palabras clave: Cálculo, pensamiento complejo, bachillerato

Abstract: The teaching of Calculus has been the subject of analysis in recent years through research focused on the analysis of difficulties from various theoretical approaches, where only students and teachers exist. However, during the formative process, there are a multiplicity of factors which are affected by external and internal stimuli. The present proposal includes analyzing the teaching process of calculus, taking advantage of the benefits offered by complex thinking that analyzes the various interconnections present in the training process, as well as the use of an active methodology such as problem-based learning for the student to visualize the application of their knowledge in activities in their own environment. The methodology is based on a qualitative approach, through interviews which allowed obtaining opinions on the first impressions and modifications experienced by the students. The results showed that it not only contributes to a better understanding of the mathematical objects studied, but also to a different conception of the students about the course and its development.

Keyword: Calculus, complex thinking, high school

1. Introducción

La enseñanza del Cálculo ha sido objeto de análisis en los últimos años por la comunidad científica. Las investigaciones se centran en estudiar, analizar y comprender las dificultades que enfrenta el estudiantado al abordar los conceptos matemáticos en los cursos de Cálculo (Herrera, 2023). De igual manera, Harel (2021) destaca la importancia de una enseñanza adecuada en los primeros niveles formativos, como un factor crucial para el desarrollo exitoso de los cursos posteriores. Esto es fundamental para reducir los altos índices de reprobación que se observan en los distintos niveles de estudios universitarios (Riego, 2013).

La asignatura de Cálculo Diferencial forma parte de una de las ramas más nuevas de la enseñanza y aprendizaje de la matemática dentro del plan de estudios de la educación media superior (SEP, 2013), comenzó en México a finales del siglo XX, como una herramienta que permitiera preparar a los futuros estudiantes del área propedéutica de físico – matemática que posteriormente optarían por cursos de matemáticas de niveles universitarios. En correspondencia con los planes y programas de estudio, el objetivo de la formación, entre otros aspectos, consiste en analizar los procesos de variabilidad que permean, no solo al espectro matemático, sino que se hallan estrechamente vinculados al contexto social y al desarrollo humano (SEP, 2013). En este sentido, la visión del programa de la SEP (2013) consiste en aplicar los conocimientos a otros aspectos de la vida cotidiana, con el fin de poder construir una problematización del conocimiento matemático y, en específico, del Cálculo Diferencial.

Pero la realidad es otra. Desde la docencia en bachillerato se observa que muchos estudiantes obtienen resultados deficientes cuando cursan las asignaturas de Cálculo, lo cual puede estar causado tanto por la complejidad intrínseca de las ideas y conceptos como por la carencia de conocimientos previos que fueron objeto de estudio en secundaria. Una situación que se observa, además, en los resultados del Examen Nacional de Ingreso a la Educación Superior (EXANI-II) del Centro Nacional de Evaluación (CENEVAL) hacen patente que muchos de los aspirantes no poseen un nivel adecuado de conocimientos en las áreas de pensamiento matemático (CENEVAL, 2023).

Aunado a lo anterior, se puede considerar los altos índices de reprobación y deserción escolar en bachillerato. En este contexto, y en la búsqueda de explicaciones y causas, las investigaciones previas pueden agruparse en dos categorías (Figura 1). La primera se refiere a revisar los

Aprendizaje Basado en problemas en la Enseñanza del Cálculo desde un Pensamiento Complejo problemas e indicadores que afectan el rendimiento de los estudiantes (Riego, 2013), así como las dificultades presentes tanto en el entorno algebraico (Artigue, 1998) como en la comprensión y noción de los conceptos (Lupiáñez, 2013), entendiendo la competencia como los modos en que los escolares actúan cuando hacen matemáticas y se enfrentan a problemas (Rico y Lupiáñez, 2010). Además, se analiza la comprensión de los objetos matemáticos en relación con su posible implementación en situaciones de la vida cotidiana (Bressoud et al., 2016) y la incorporación de nuevos recursos tecnológicos para resolver tareas y actividades (Herrera y Moreno, 2023).

Problemáticas Formativas Cálculo Diferencial

- **Estudiantes**
 - Factores que generan reprobación y deserción
 - Dificultades de comprensión
 - Comprensión de objetos matemáticos
 - Inclusión de recursos tecnológicos
- **Docentes**
 - Excesiva carga operativa
 - Estrategias de enseñanza tradicional
- Implementación de matemática problematizadora
 - Recursos tecnológicos

Figura 1. Análisis de investigaciones relativas al Cálculo Diferencial

La segunda perspectiva de análisis está relacionada con la labor del profesorado. Una de las problemáticas identificadas es la excesiva carga operativa (Mercedes et al., 2017), que está estrechamente ligada a la predilección por una estrategia centrada en el docente, con un enfoque tradicional de enseñanza (Herrera y Padilla, 2020), y en la cual se ha dejado de lado una adecuada problematización de las ideas y conceptos del Cálculo (Pino y Almeida, 2020). Esta conjunción de factores ha abierto una nueva ruta estratégica que estimula al docente a incorporar el uso de nuevos recursos tecnológicos (Morantes et al., 2019), con consecuencias tanto negativas como positivas.

Es importante mencionar que, en la propia reflexión sobre el conjunto de aspectos que rodean la enseñanza del Cálculo se puede percibir que germinan propuestas de solución a cada

problemática. Frente a la alta tasa de reprobación, se han propuesto nuevas estrategias y se ha incorporado el uso de recursos tecnológicos para mejorar la comprensión. Sin embargo, muchas investigaciones tienden a abordar el problema de manera segmentada, analizando los factores y dificultades de forma separada. Aunque este enfoque aporta valor al identificar problemas específicos, puede no capturar la naturaleza interrelacionada de la enseñanza del Cálculo. El proceso es más complejo, ya que las diversas partes —los estudiantes, los profesores y el contexto escolar y comunitario— interactúan constantemente entre sí. El término 'complejo' no implica que sea difícil de comprender, sino que requiere un análisis más amplio, considerando las conexiones entre los distintos actores y su entorno.

Desde esta perspectiva, no existe un remedio único ya que todo el conjunto de factores es variable y los participantes no son los mismos en cada lugar, lo cual induce a pensar en una teoría que no visualice a los componentes como términos únicos sino como entes complejos dotados de autonomía y variabilidad dentro del proceso formativo. Debemos recordar que, el Cálculo Diferencial, en el nivel medio superior, se considera como un primer período que coadyuva, y hace posible, el proceso formativo de los futuros estudiantes universitarios. Tal es su importancia, que un amplio conjunto de investigaciones (Pino Fan et al., 2013; López et al., 2018 y Herrera, 2024) van dirigidas al análisis de errores, dificultades y estrategias de enseñanza que posibiliten el proceso de comprensión de las ideas y conceptos. En lo que se refiere a estrategias, en dichos estudios no solo se ha promovido la adecuada enseñanza de los temas y objetos matemáticos, sino que ha incorporado un nuevo recurso dentro del proceso formativo, nos referimos a los recursos tecnológicos dentro del aula.

Por ello, la presente propuesta didáctica tuvo como objetivo diseñar un curso de Cálculo Diferencial que incluya una visión compleja de enseñanza. Para consolidar el proceso formativo se empleará el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) con el fin de promover una formación orientada a situaciones propias de la vida cotidiana del estudiante, así como de los intereses de los mismos.

2. Marco Teórico

De acuerdo con la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2013) la enseñanza del Cálculo debe estar orientada a construir situaciones problemas, donde se incluyan aspectos propios de variabilidad. Esta situación permite construir una propuesta que visualice la enseñanza desde un enfoque aplicado, donde, a través de los problemas, el estudiantado pueda cumplir con realizar

los procedimientos solicitados y, a su vez, traslade su razonamiento hacia instancias más elevadas, como la argumentación y generalización de soluciones. De igual forma, es importante no analizar las dificultades y situaciones propias del proceso de enseñanza y aprendizaje como entes separados, como si no guardaran una interrelación entre ellos. Un aspecto que se consolida desde esta visión compleja para analizar en el proceso de enseñanza y aprendizaje es que no solo integrará una zona caótica dentro del aula, sino que, además, permitirá la construcción de conocimientos.

2.1 Aprendizaje Basado en Problemas

Los constantes desafíos y problemas en los sistemas educativos de distintos países, junto con la necesidad de mejorar la calidad de la educación, han creado un escenario propicio para la implementación de nuevas estrategias centradas en los estudiantes, alejándose del modelo tradicional de enseñanza. En este contexto de apertura, se han introducido técnicas que, aunque no provienen directamente del ámbito de la matemática, han demostrado ser efectivas, como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), que tiene sus raíces en el campo de la medicina (Espinoza y Sánchez, 2014)

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) se define como una metodología centrada en el aprendizaje, la investigación y la reflexión, en la que los estudiantes abordan casos o situaciones problemáticas para encontrar soluciones (Espinoza y Sánchez, 2014). Los orígenes del ABP se remontan a las escuelas de medicina de la Universidad McMaster en Canadá y de Case Western Reserve en Estados Unidos (Ortíz, 2020). La Universidad de Nuevo México fue la primera en implementar un programa académico con este enfoque (Restrepo, 2005)

De acuerdo con Dueñas (2001) este tipo de metodologías mantiene un enfoque multi metodológico y multididáctico el cual se encuentra orientado a mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Bajo esta estrategia, el estudiante debe mantener un autoaprendizaje y una constante gestión de su conocimiento con una orientación hacia el constructivismo (Herrera, 2023). Por su parte, Restrepo (2005) destaca el papel que desempeña el estudiante, donde éste se convierte en el principal protagonista de su formación, debido al proceso de descubrimiento subyacente a su desarrollo formativo.

De acuerdo con Herrera (2024) uno de los aspectos más complejos a los que se enfrenta el docente al establecer el ABP consiste en la selección y planteamiento de una problemática que sea

relevante y se encuentre apegada a los contenidos visualizados en el curso. Según Albanese y Mitchell (1993), es importante que las problemáticas planteadas tengan un grado elevado de exigencia y, que, a su vez, sean pertinentes con el contexto del estudiantado, lo cual debe permitir que ellos indaguen y se animen por brindar una adecuada solución a la situación planteada. Una vez que se cuenta con un problema debidamente planteado, los estudiantes, a través del trabajo en grupos (equipos), se encargarán de buscar información, analizar y enlazar los conocimientos que poseen para comenzar a dar propuestas de solución. Restrepo (2005) establece que deben crear un conjunto de hipótesis que, a través de procesos de reflexión y diálogos entre los estudiantes, se comprobarán para visualizar cuál se adapta mejor a la solución.

La metodología de trabajo en el ABP permite desarrollar el pensamiento crítico a través de problemas complejos del mundo real; a su vez, ayuda a que los jóvenes apliquen sus conocimientos en aspectos contextualizados, fomentando habilidades procedimentales y conceptuales. Otro aspecto que el ABP promueve es el trabajo colaborativo, en el cual los participantes auxilian a sus colegas, impulsando las habilidades verbales y escritas de cada miembro. Por último, el aspecto más funcional de esta metodología consiste en construir el conocimiento mediante el desarrollo de las habilidades previamente descritas para crear un aprendizaje continuo (Sánchez y Ramis, 2004).

2.2 Teoría de la Complejidad

En el presente siglo, es normal apreciar que nuestra sociedad esta habituada para encontrar soluciones rápidas y sencillas, que permitan que un proceso comience y finalice sin interrupción alguna. En el lenguaje diario, lidiar con palabras como controlado, simplificado, lineal y sencillo están más asociadas con un bienestar y desarrollo, mientras que, al escuchar términos como caos, descontrol, e incertidumbre, es común considerarlos como puntos que deben omitirse o evitarse a toda costa.

Pensar que en los procesos formativos todo puede estar completamente controlado y que cada variable se ajustará a parámetros predecibles representa una interpretación superficial. Según Nonaka (1988), el caos dentro de un sistema no es una anomalía a evitar, sino un componente fundamental de su funcionamiento. Las perturbaciones, que a menudo tratamos de evitar, representan en realidad oportunidades de crecimiento. No se debe perseguir una cruzada por el control absoluto, sino entender que los elementos disruptivos pueden ser catalizadores de mejora dentro del propio sistema (Mintzberg et al., 1998).

En sintonía con esta perspectiva, Edgar Morin (2000) enfatiza la necesidad de reformar nuestro entendimiento para abordar la complejidad de manera adecuada. A menudo se ha tratado la complejidad como algo meramente complicado o difícil, pero Morin propone estrategias para comprender el conocimiento complejo, destacando su naturaleza provisional y relativa en las ciencias naturales, sociales y humanas (Morin, 1990). Estas estrategias consisten en principios de intelección aplicables a la comprensión de sistemas dinámicos (Morin, 1990). La crítica de Morin (1994) a la visión clásica de la ciencia destaca que esta tiende a simplificar el pensamiento y las teorías, ignorando las interconexiones con el entorno. En una institución educativa, por ejemplo, no se puede concebir la escuela sin considerar la interrelación entre estudiantes, docentes y personal de apoyo; estas relaciones, a su vez, configuran la estructura de la escuela misma.

Desde esta perspectiva, las dificultades para comprender conceptos complejos como los del Cálculo no deben verse como fallas a eliminar, sino como áreas de oportunidad dentro de la dinámica educativa. Lejos de buscar un enfoque donde todo esté controlado y predecible, el aprendizaje del Cálculo —y de cualquier otra disciplina— debe concebirse como un proceso en el que el desorden y la incertidumbre generan oportunidades para nuevas formas de entender y mejorar. Este enfoque no solo permite a los estudiantes adaptarse mejor a las incertidumbres propias del aprendizaje, sino que también fomenta su capacidad para lidiar con la complejidad inherente al conocimiento. Como tal, las perturbaciones dentro del aula, las confusiones y las dificultades deben verse no como obstáculos, sino como puntos de partida para nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje, en consonancia con el enfoque dinámico y complejo del conocimiento.

3. Descripción y característica de la propuesta

La revisión sobre los estudios que analizan las dificultades existentes en el aprendizaje y enseñanza del Cálculo permite aseverar la existencia de dos grandes vertientes. La primera relativa a los procesos propios del estudiantado, como: el poco interés por el estudio, el poco manejo de términos y definiciones matemáticos (Herrera y Moreno, 2023), la falta de profundidad en los conceptos del curso (Castro et al., 2017), por mencionar algunos factores; mientras que la segunda vertiente dirige la atención a cuestiones relacionadas con la labor docente: enseñanza tradicional (López et al., 2018), el escaso uso de recursos tecnológicos (Fornari et al., 2017) o la no utilización de recursos didácticos, entre otros.

Estudiar el proceso formativo desde esta perspectiva significa relegar aspectos e interrelaciones que podrían estar presentes también dentro del quehacer educativo. En primer lugar, el estudiante está rodeado de un contexto familiar y social, así como de conexiones y vinculaciones con sus compañeros y docentes, que surgen, y se manifiestan, contantemente dentro del aula (Figura 2). De forma análoga, en lo que respecta a la enseñanza se pueden encontrar aspectos que moldean la actividad del docente, desde su formación (disciplinar y didáctica), la capacitación, el manejo de contenidos hasta las conexiones que él mismo construye con sus colegas y dentro del aula en el proceso de enseñanza.



Figura 2. Factores que influyen durante el proceso formativo

Por todo lo anterior, la presente propuesta incorporó un sistema sustentado en el pensamiento complejo, en el que, a través de una formación con una visión integral, no se pretende controlar los estímulos externos ni internos que surgen dentro del aula; por el contrario, el uso e implementación de los mismos son pieza fundamental para la construcción de su conocimiento. Por ejemplo, el profesorado continuamente visualiza el uso de dispositivos móviles dentro del salón como un factor que debe prohibirse, ya que inhibe la atención del estudiantado; bajo esta nueva propuesta, en lugar de negar el uso de los dispositivos, se procede a emplearlos como un mecanismo que fomente el aprendizaje.

En este sentido utilizaron las conversaciones y pláticas de los jóvenes, para crear situaciones propias de la enseñanza del Cálculo (Figura 3).

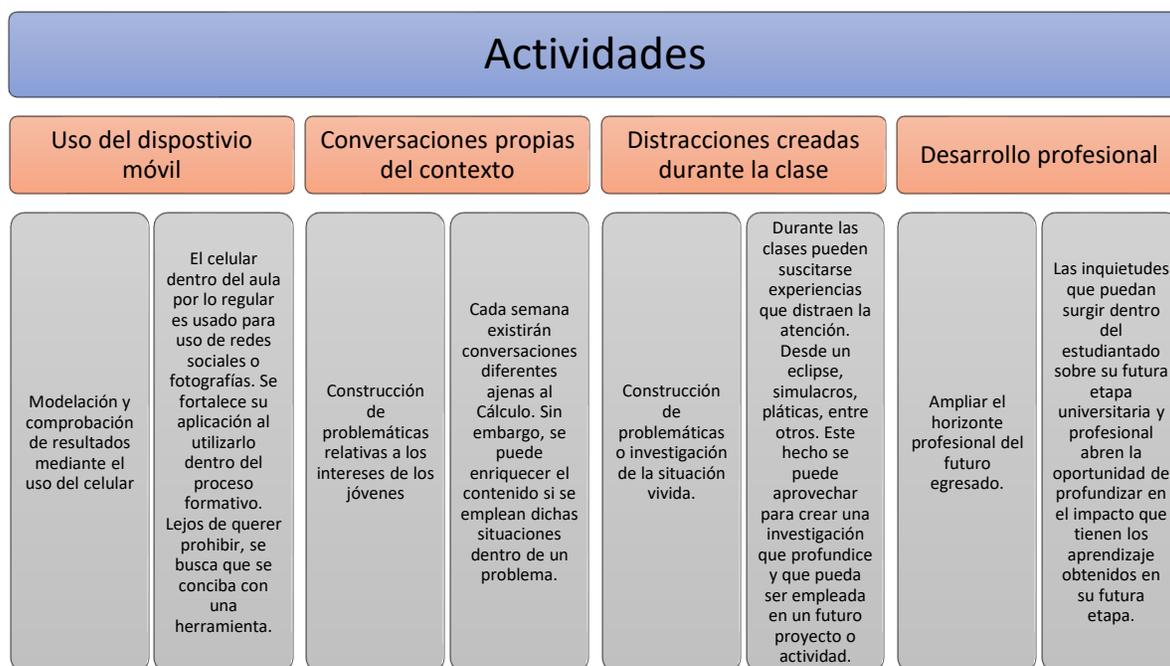


Figura 3. Diagrama con actividades construidas

Como se observa (Figura 3), el conjunto de actividades fue construida de acuerdo con la incidencia de la misma. Al aceptar que la clase de Cálculo no pertenece a un sistema estático sino a uno dinámico en el que cada una de las partes que la integran son necesarias para la construcción de un aprendizaje consolidado, la fluidez y desarrollo de los temas tuvo una visión más amplia en la que los estímulos no fueron un obstáculo dentro del proceso formativo, sino una fortaleza que permitió encontrar áreas de oportunidad y desarrollo educativo.

El proceso de enseñanza del Cálculo, dentro de la presente propuesta, se sustentó en una visión de múltiples representaciones, en la que el estudiante no solo visualizaba el constructo matemático como una fórmula o algoritmo, sino que se abordaba desde diferentes perspectivas para generar un registro. Esta noción conlleva una visión global propia de la interrelación de sus componentes (Morín 1990), en la que se analizó cada uno de los conceptos de forma integral y dinámica en lugar de una simplificada y algorítmica. Para cumplir con esta situación se conjuntaron tres elementos dentro del proceso formativo: las actividades diseñadas a partir de los

estímulos externos, un enfoque problematizador del Cálculo a través del ABP y una enseñanza que dignifica al estudiantado mediante un enfoque afectivo dentro del aula (Figura 4)

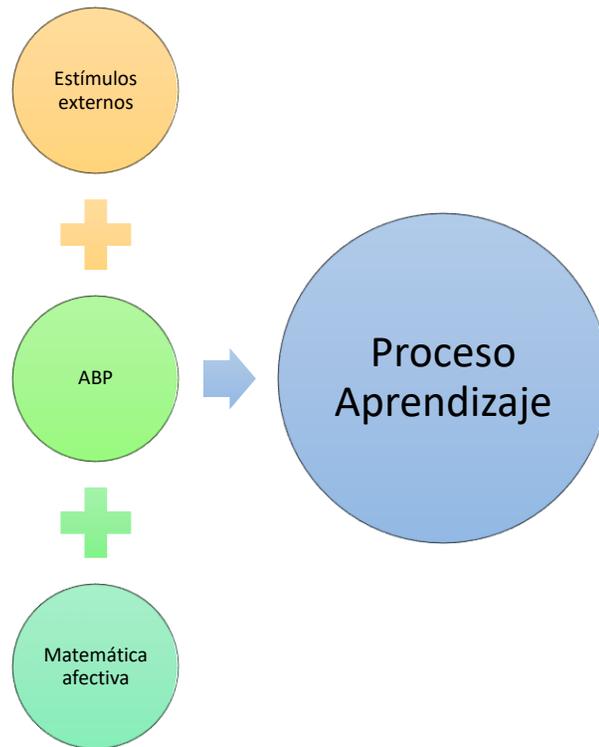


Figura 4. Metodología de la propuesta

Las actividades se vieron enriquecidas por el uso de cada uno de los estímulos externos, los cuales fueron canalizados en mayor medida a través del uso de recursos tecnológicos. De esta forma, si los jóvenes tenían un mayor interés por jugar deportes como el basquetbol se canalizó dicha energía para construir actividades propias de razón de cambio instantánea sustentadas en softwares como tracker, que les permitió crear sus propios modelos de desplazamiento y velocidad. A continuación, se muestra un ejemplo de las actividades construidas a lo largo del curso (Figura 5).

Aprendizaje Basado en problemas en la Enseñanza del Cálculo desde un Pensamiento Complejo



Figura 5. Actividades construidas

A su vez, el uso de graficadores matemáticos como GeoGebra, permitieron que el estudiantado visualizara el dinamismo de las problemáticas planteadas. Con el uso de la paquetería matemática, los jóvenes pudieron visualizar que los conceptos de razón de cambio y variabilidad no son exclusivos de la matemática pura, sino que existe una aplicabilidad en situaciones que son propias de su contexto, así como relevantes para ellos, tal como se muestra en la siguiente figura.

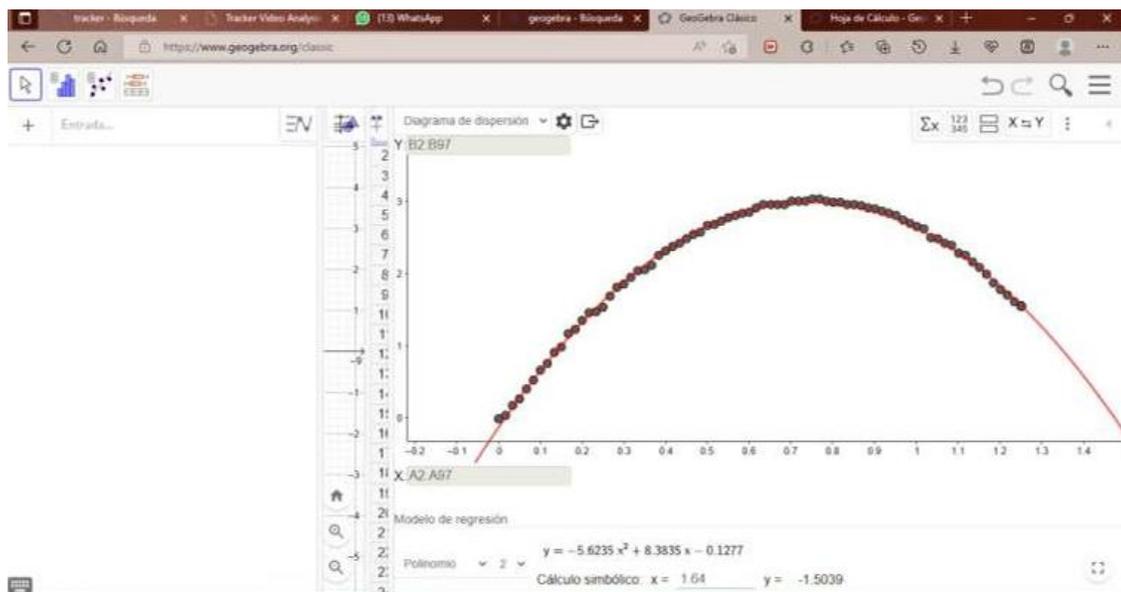


Figura 6. Gráficas realizadas en GeoGebra sobre desplazamiento

La construcción de actividades donde el estudiantado visualizara su contexto en conjunción con sus preferencias y gustos permitió la creación de un dinamismo donde se concibió al Cálculo como un vínculo entre los procedimientos matemáticos y la explicación de fenómenos y situaciones propias de la vida cotidiana. Se crearon diversas situaciones problema que fueron construidas tanto con software matemático como con aplicaciones de exhibición, como Canva; de esta forma, el estudiante no solo identificaba y resolvía la problemática, sino que lograba argumentar, analizar y explicar los resultados tal como se muestra en la siguiente figura.

Marcos estaba viendo junto con su familia los Juegos Olímpicos de Tokio 2020. El clavadista mexicano Romel Pacheco estaba por realizar un clavado de una altura de 3 metros, cuando su hermana le pregunta: ¿A qué velocidad estará Romel después de 1s? Marcos quiso poner sus conocimientos de cálculo en práctica, por lo que investigó y encontró que la velocidad inicial de un clavado debe de ser de -2 m/s , por lo que tomó en cuenta 2 m/s y empezó a buscar la respuesta de la pregunta de su hermana...

$$S(t) = V_0t - \frac{1}{2}at^2 + S_0$$

$$S(t) = 2t - \frac{1}{2}(9.8)t^2 + 3$$

$$2(t) = 2t - 4.9t + 2 + 3$$

$$S(t) = -4.9t + 2t + 3$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{-4.9t + 2t + 3 - 0.1}{t - 1}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{-4.9t + 2t + 2.9}{t - 1}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)(-4.9t - 2.9)}{t-1}$$

$$= -4.9(1) - 2.9$$

$$= -7.8 \text{ m/s}$$

$$S(1) = -4.9(1) - 2 + 2(1) + 3$$

$$= 0.1 \text{ m}$$


Figura 7. Actividades propias del contexto

De esta forma, el estudiantado cambia la tradicional clase de Cálculo, que involucra el uso del pizarrón y fórmulas, para, en su lugar, construir un aprendizaje más dinámico, lleno de las perturbaciones externas, recursos tecnológicos y una formación más humana dentro del aula. Esta concepción no se basa en un enfoque cuantitativo donde el único valor medible es la calificación obtenida por los jóvenes; por el contrario, amplía su espectro y encuentra una ponderación más apegada a lo que se enfrentará en su futuro entorno profesional, donde se analiza el desempeño diario de los estudiantes, sus relaciones y vínculos, así como sus productos de aprendizaje.

4. Resultados

Para analizar el impacto de la innovación propuesta, se utilizó un enfoque cualitativo, a través de la aplicación de entrevistas semiestructuradas a jóvenes que habían tomado los cursos de Cálculo Diferencial e Integral bajo este enfoque. Considerando que la población que participó en ambos seminarios ascendió a 102 participantes (63 hombres, 39 mujeres), se decidió tomar una muestra de 15 participantes de los cuales 10 fueron varones y 5 mujeres. La entrevista constó de 10 preguntas las cuales fueron orientadas a conocer tanto el desempeño de los estudiantes, los aprendizajes adquiridos, así como su sentir dentro de las sesiones (Figura 8).

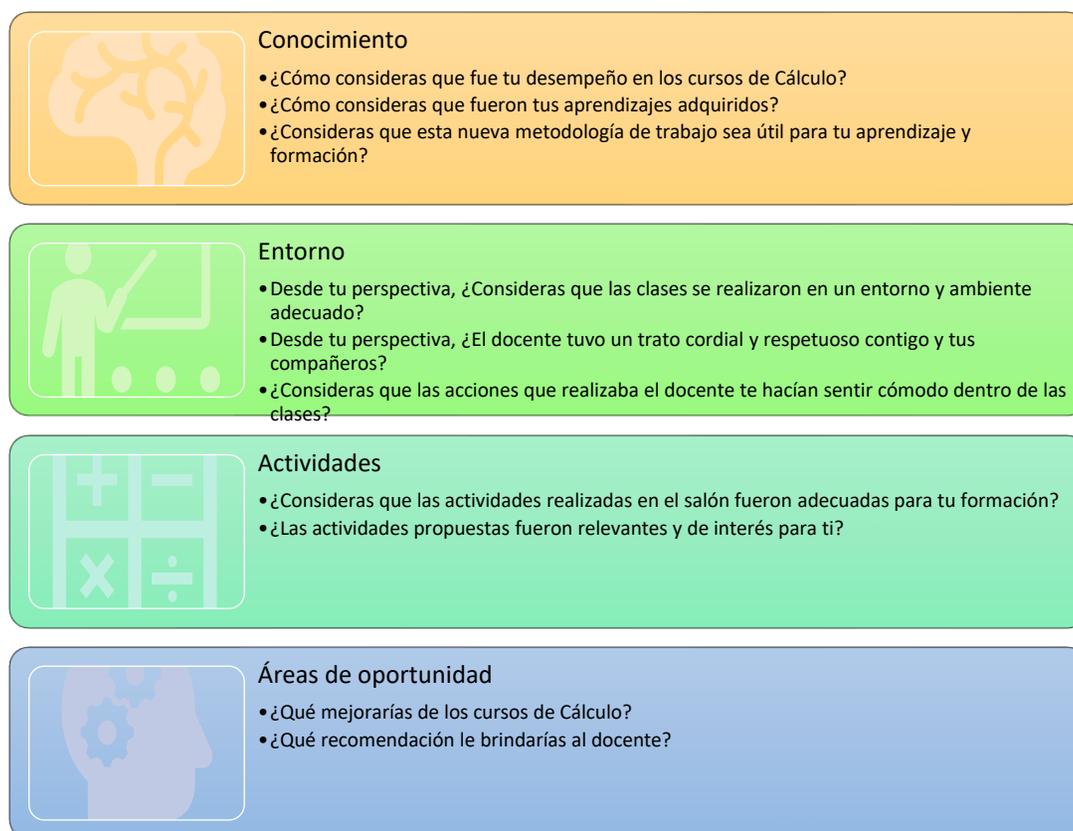


Figura 8. Preguntas de la entrevista

En la dimensión de conocimiento, los participantes mencionaron que existió una mejora en sus aprendizajes, los cuales consideran que fueron muy adecuados y de gran relevancia para su futuro entorno académico y profesional. Al preguntarles sobre la utilidad de la metodología de trabajo abordada, expresaron que fue algo diferente, pero que, al irse familiarizando con las actividades,

visualizaron un impacto positivo y muy pertinente, ya que, en lugar de regañar o criticar las distracciones, se encontró que, a partir de las mismas, se podía crear conocimiento, tal como se muestra en el siguiente extracto de la entrevista.

- Entrevistador: ¿Consideras que esta nueva metodología de trabajo sea útil para tu aprendizaje y formación?

- Participante E7: Bueno, pues eso de la clase, con esta nueva forma en la que trabajamos, sí fue diferente, porque normalmente en clase de mate, pues me la paso sentado y el profe habla, y copias los ejercicios y lo que te ponga. La verdad, así muchos hemos aprendido mate, y cuando comenzó todo, pensé que, no me iba a gustar estar viendo esto del programa para graficar y lo del Canva. O sea, sí lo había manejado, pero, pues, es como el Insta; yo lo uso nada más para ver los estados y para ver los videos, y, pues, para la clase, pues, nunca. Cuando pasas esos días de duda y trabajas, pues sí ves un cambio. Yo era de esos de cinco y arañaba el seis, y cuando pasó todo esto, sí vi que iba mejor que mis amigos de las otras prepas, porque ellos veían lo mismo que yo y les ponían ejercicios del libro ese grande de Cálculo, y yo sí los sabía hacer y hasta les decía que comprobáramos en el programa. Se quedaban así, como sorprendidos de que yo sí sabía y que me daba igual, y les decía ya ves, y quedaste como... (hace alusión a cara de sorpresa).

En cuanto al entorno, se les preguntó a los participantes si consideraban al entorno como algo agradable, esto recordando la importancia de generar ambientes que sean propicios para la formación académica. Dentro de las respuestas más usuales, se determinó que existieron condiciones adecuadas y que el docente permitió que existiera armonía y apertura dentro de cada una de las sesiones. De igual forma, toman como un dato destacable, la importancia de poder expresar sus opiniones sin importar lo que los demás o el docente consideren, lo cual les permitió tener una noción más clara de los avances que estaban teniendo dentro del curso, tal como lo muestra la siguiente transcripción.

- Entrevistador: Desde tu perspectiva, ¿Consideras que las clases se realizaron en un entorno y ambiente adecuado?

- Participante E7: Yo creo que es la primera vez que tengo una clase así, donde te sientes bien cómodo. Porque luego me tocaba entrar a clases con el profe del año pasado y, la verdad, ni ganas; además, él era viejito y se ponía de malas si no poníamos atención. A veces sí era complicado porque las clases son temprano y solo se la pasa hablando con el pizarrón. Entonces, yo sí me aburría, y eso que me gustan las matemáticas. Pero en este curso, la verdad, el profe me sorprendía, porque luego agarrábamos y le decíamos que, si había visto el juego del América y nos decía que

Aprendizaje Basado en problemas en la Enseñanza del Cálculo desde un Pensamiento Complejo no, pero que cómo había quedado, y si podíamos dar una relación con lo que estábamos viendo de cálculo. Luego de ahí sacábamos los problemas y se ponía bien a tono la clase.

De igual forma, cuando se les cuestionó sobre el trato del docente al grupo, las respuestas tuvieron la misma tendencia favorable, destacando aspectos propios del diseño del curso, como lo fue la inclusión de eventos externos, así como la apertura a tomar situaciones ajenas a la clase como elementos para, posteriormente, construir el conocimiento. Estos aportes muestran un aprendizaje afectivo adecuado, con armonía dentro del aula, lo cual, sin duda, conlleva una ventaja para el estudiante al momento de aprender. A continuación, se muestra el extracto de la entrevista con el participante E11.

- Entrevistador: ¿Consideras que las acciones que realizaba el docente te hacían sentir cómodo dentro de las clases?

- Participante E11: Sí, la verdad, el profesor fue el mejor porque no te ponía caras o se enojaba de que no entendieras o que lo distrajeras. Es raro que un profe de mate sea así de tranquilo; los que me habían tocado antes se portaban muy mal con nosotros, y ahorita yo veía que el profe se interesaba por nosotros, que estuviéramos al corriente. Si no veníamos un día, al otro nos preguntaba cómo estábamos. Es más, luego algunos nos piden el papel del seguro para ponernos la asistencia y contarnos las actividades, y el profe nunca nos pidió nada; él nos decía que confiaba en nosotros y que ya estábamos grandes y sabíamos lo que era correcto. Yo creo que esa fue la clave: aceptar que puede confiar en nosotros, y eso, al menos a mí, me dio confianza y me hizo sentir valorado.

En cuanto a la calidad de actividades, los participantes tuvieron opiniones diversas, las cuales tiene una alta correlación con las preferencias de cada uno. Por ejemplo, algunos jóvenes mencionaron no estar de acuerdo con analizar tantos ejercicios de fútbol, ya que para ellos eso no era relevante. Otro caso fue el de las señoritas, quienes mencionaban que muchas veces se les encasilla en que les deben gustar las novelas, pero que sus gustos son diferentes, y que, por algunas compañeras que sí tenían predilección por esos programas, terminaban haciendo proyectos que no eran tan relevantes para su formación, tal como se muestra en la siguiente entrevista.

- Entrevistador: ¿Consideras que las actividades realizadas en el salón fueron adecuadas para tu formación?

-Participante E7: Yo creo que todo lo que hicimos en el curso es importante y que me será de utilidad para cuando este en la universidad. Obviamente hay cosas que siento que fueron más útiles que otras, porque pues luego hacíamos en un módulo como 3 problemas de futbol y a mi eso pues no me gusta, pero mis compañeros como ya sabían que el profe les permitía preguntar y hacer sus problemas pues de ahí se agarraban.

Entrevistador: ¿Alguna vez le externó eso al docente?

Participante E7: No, la verdad, nunca lo hice. Yo lo que hacía era que, si ponían cosas de fut, pues le cambiaba al béisbol, que es lo mío. Entonces, como una vez el profe dijo que podíamos cambiar cosas del problema, pues yo de ahí era. Agarraba y, en lugar de hablar de las Chivas, ponía los Yankees, y la verdad, eso me funcionó. Además, los problemas quedaban bien interesantes porque los graficábamos y te dabas cuenta de que se cumplía lo que hacías, entonces sabías para qué servía.

- Entrevistador: ¿Consideras que las actividades realizadas en el salón fueron adecuadas para tu formación?

- Participante E10: Sí, fueron buenas la mayoría, porque sabías para qué servían y lo ibas relacionando con lo que pasaba. Eso, al final, es como cuando dices... ¿Y el trinomio cuadrado perfecto para qué me servirá? Y pues con la clase ya sabes para qué sirve cada cosa. Entonces, veías lo de la derivada y sabías que lo podías utilizar para mejorar un proceso, y eso se me quedó. Recuerdo mucho cuando hicimos el problema de una serie: El problema de los tres cuerpos, y estuvo bien. Ya lo malo es que solo hicimos uno de esos. Luego, hubo unas compañeras que pidieron novelas, y cuando hacíamos equipos, el profe pensaba que éramos el "equipo novelas" porque juntaba series y la novela resultaba ser una serie, y tenía que trabajar novelas con mis compañeras, pero fuera de ese día, yo creo que todo fue muy bueno.

En la dimensión de áreas de oportunidad, también se percibieron buenas sugerencias para la futura implementación del curso. Desde la creación de contenidos más dinámicos para compartir información, hasta la generalización de la misma metodología a otras asignaturas propias del área, fueron recomendaciones que saltaron a la vista, tal como se muestra en la siguiente conversación.

- Profesor: ¿Qué mejorarías de los cursos de Cálculo?

- Participante E2: Pues yo diría que nada importante, pues ya tiene todo lo más básico; aunque sí creo que algo que debería modificar es lo del Canva. Muchos no lo sabemos usar bien y compartir ahí es difícil, al menos al inicio; luego, como que le vas agarrando el modo. Si en lugar de Canva fuera un TikTok como alternativa, yo creo que sería más fácil. De hecho, en el último problema

Aprendizaje Basado en problemas en la Enseñanza del Cálculo desde un Pensamiento Complejo del curso, yo propuse hacer un TikTok y, al final, fue uno de los videos que muchos vieron. Me gustó mucho esa actividad.

Una vez finalizadas las entrevistas, los participantes externaron que existió una mejora sustancial no solo en sus aprendizajes, sino en su concepción del Cálculo. Establecieron que es ideal tener una buena imagen del docente a través de acciones donde se visualizara la empatía y apoyo del profesor, en lugar de tener un maestro exigente que solo les causaría miedo. Destacaron el hecho de que, en los resultados, las respuestas con valoraciones positivas fueron mayores que los aspectos negativos.

5. Discusión

Una vez analizados los resultados, es válido realizar una recapitulación de tres dimensiones que destacan dentro de la información obtenida. La primera dimensión es la relativa a los contenidos del curso, en la que se visualiza que existe un gran problema en los estudiantes al momento de comprender y entender los objetos matemáticos del curso tal como lo establece Bressoud et al., (2016). Esta situación es una de las causas que ha ocasionado un aumento en los índices de reprobación, así como lo ha dejado en claro Riego (2013). La enseñanza del Cálculo ha tenido una preferencia por un enfoque tradicional (Herrera, 2024), lo cual ha ocasionado que el uso de nuevas metodologías dentro del aula sea de menor incidencia.

Los resultados obtenidos en esta propuesta, sugieren que no es imprescindible seguir un enfoque tradicional riguroso para alcanzar buenos aprendizajes en el estudiantado. Este hallazgo está en línea con lo planteado por Herrera (2024), quien argumenta que la incorporación de metodologías activas no solo iguala la calidad educativa del enfoque tradicional, sino que, en muchos casos, la mejora al fomentar una mayor participación, comprensión y aplicación de los conocimientos por parte de los estudiantes.

Si bien se ha cuestionado la efectividad de estas metodologías comparadas con los enfoques tradicionales, estudios recientes evidencian que el aprendizaje activo promueve una mayor retención del conocimiento y el desarrollo de habilidades críticas, como la resolución de problemas y el pensamiento crítico, aspectos esenciales en el estudio del Cálculo (Freeman et al., 2014). Además, la implementación de estas metodologías contribuye a un cambio positivo en la percepción de los estudiantes hacia la asignatura, facilitando un aprendizaje más significativo y menos mecánico. Esto respalda la idea de que un enfoque centrado en el estudiante puede

proporcionar una calidad educativa comparable, o incluso superior, al enfoque tradicional, al adecuarse mejor a las necesidades y estilos de aprendizaje diversos presentes en las aulas contemporáneas.

La segunda vertiente se refiere a la incorporación de un enfoque complejo en el curso, el cual no solo generó un mayor interés entre los estudiantes, sino que también presentó una propuesta más sólida para la enseñanza del Cálculo. Este enfoque toma como base el uso de tecnología (Morantes et al., 2019) y considera tanto los estímulos externos como los internos que influyen en el proceso de aprendizaje. Al adoptar esta perspectiva, se busca consolidar un pensamiento crítico en el que los estudiantes no perciban los problemas matemáticos como situaciones aisladas, sino como parte de un sistema complejo y dinámico (Morin, 2000). La interrelación de los diversos componentes de este sistema permite una comprensión más profunda del entorno educativo, promoviendo una visión más holística y contextualizada de la práctica docente.

Al dejar de ver a las dificultades del Cálculo como un factor único, permite crear nuevas rutas de trabajo que incorporen estrategias innovadoras las cuales no serán obstáculos sino áreas de oportunidad que pueden nutrir el proceso formativo del estudiantado.

6. Conclusiones

Las estrategias de enseñanza y aprendizaje del Cálculo han sido objeto de análisis en los últimos años debido a los altos índices de reprobación. Desde el inicio de este estudio, se planteó que esta problemática no debe abordarse de manera lineal, sino que requiere un análisis integral que considere la interacción de diversos factores involucrados en el proceso. Con base en esta premisa, la propuesta actual se desarrolló con un enfoque crítico, cuyo objetivo fue diseñar una estrategia sustentada en todos los elementos que influyen en la etapa formativa, desde las distracciones más sutiles hasta la incorporación de nuevas herramientas tecnológicas que faciliten la comprensión de los conceptos.

Los resultados mostraron una mejor perspectiva de aprendizaje del Cálculo Diferencial por parte del estudiantado, así como un aumento en las calificaciones, según lo expresado por los jóvenes. Se destaca el proceso de humanizar el proceso educativo, ya que no solo hace que el contenido sea más accesible para ellos, sino que también fomenta su participación activa en su propia formación, permitiéndoles proponer nuevas alternativas que hagan del aprendizaje un proceso dinámico y estimulante, en lugar de lineal y monótono. Aunque esta propuesta representa un

Aprendizaje Basado en problemas en la Enseñanza del Cálculo desde un Pensamiento Complejo
primer acercamiento, abre la puerta para continuar explorando el impacto de estas metodologías en futuros cursos de Cálculo.

7. Referencias

- Albanese, M., & Mitchell, S. (1993). Problem-based learning: A review of the literature, its outcomes, and implementation issues. *Academic Medicine*, 68(1), 52-81.
- Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(1), 40-55.
- Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martínez, V., & Törner, G. (2016). Teaching and learning calculus. Springer Open. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32975-8>
- Castro, M., González, M., Flores, S., Ramírez, S., Cruz, M., & Fuentes, M. (2017). Registros de representación semiótica del concepto de función exponencial. Parte I. *Revista entre ciencias*. 5 (13). <http://dx.doi.org/10.21933/J.EDSC.2017.13.218/>
- CENEVAL. (2023). Informe anual de resultados 2022. XXX Sesión Ordinaria de la Asamblea General del 13 de marzo de 2023. <https://ceneval.edu.mx/wp-content/uploads/2023/03/INFORME-ANUALtabla>
- Dueñas, V. (2001). El aprendizaje basado en problemas como enfoque pedagógico en la educación en salud. *Colombia Médica*, 32(4). <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=28332407>
- Espinoza, C., & Sánchez, I. (2014). Aprendizaje basado en problemas para enseñar y aprender estadística y probabilidad. *RIDE*, 35(1). http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512014000100005
- Fornari, A., Pigatto, P., & Coimbra, E. (2017). Cálculo Diferencial e Integral e Geometria Analítica e Álgebra Linear na educação a distancia. *Ciencia y Educación*, 23 (2). <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=251051215012>
- Freeman, S., Eddy, S., McDonough, M., & Wenderoth, M. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Psychological and Cognitive Sciences*, 111(23), 8410-8415. <https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111>
- Harel, G. (2021). The learning and teaching of multivariable calculus: A DNR perspective. *ZDM*, 53(4), 709-721. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01250-4>
- Herrera, H. (2023). Diseño de un curso de Cálculo diferencial basado en el microlearning y un enfoque de múltiples representaciones semióticas [Tesis de doctorado, Universidad Autónoma de Querétaro]. <https://ri-ng.uaq.mx/xmlui/handle/123456789/3996/browse?type=author&value=Heli+Herrera+L%C3%B3pez>
- Herrera, H., & Padilla, R. (2020). Nivel de aprendizaje conceptual de la derivada. México: Editorial Académica Española.

- Herrera, H. (2024). Aplicaciones de la integral mediante un aprendizaje basado en proyectos. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 14(28). <https://doi.org/10.23913/ride.v14i28.1791>
- Herrera, H., & Moreno, R. (2023). Aplicación del ABP y m-learning como estrategias para el aprendizaje de la función lineal en el bachillerato. *Revista Iberoamericana para la Investigación y Desarrollo Educativo*, 13(26). <https://doi.org/10.23913/ride.v13i26.1792>
- López, C., Aldana, E., & Erazo, J. (2018). Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas en Cálculo diferencial e integral. *Revista Logos Ciencia y Tecnología*, 10(1). <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=517754458011>
- Lupiáñez, J. L. (2013). Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. L. Lupiáñez, & M. Molina (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática* (pp. 81-101). Comares.
- Mercedes, A., Pérez, O., & Triana, B. (2017). Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje del Cálculo diferencial. *Revista Academia y Virtualidad*, 10(2). <https://revistas.unimilitar.edu.co/index.php/ravi/article/view/2743/2637>
- Mintzberg, H., Ahlstrand, B., & Lampel, J. (1998). *Strategy safari: A guided tour through the wilds of strategic management*. Prentice Hall.
- Morantes, G., Dugarte, E., & Herrera, J. (2019). Perfil del aprendiz estratégico para el estudio de Cálculo diferencial mediado por las TIC. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 11(3). <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=517762280013>
- Morin, E. (1990). *Introduction à la pensée complexe*. Seuil.
- Morin, E. (1994). *La complexité humaine*. Seuil.
- Morin, E. (2000). *Les sept savoirs nécessaires à l'éducation du futur*. UNESCO.
- Nonaka, I. (1988). Creating organizational order out of chaos: Self-renewal in Japanese firms. *California Management Review*, 30(3), 57-73.
- Ortíz, M. (2020). Un acercamiento a la historia del aprendizaje basado en problemas en el contexto global. *Sathiri: sembrador*, 15(2), 118-152. <https://doi.org/10.32645/13906925.984>
- Pino, M., & Almeida, B. (2020). *Procedimientos metodológicos para la resolución de problemas de matemática y física*. Universidad de Matanzas (CD Monografías 2020). <http://repositorio.cict.umcc.cu/>
- Pino-Fan, L., Godino, J. D., & Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (segunda parte). *REVEMAT*, 8(1). <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p30>
- Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2010). Objetivos y competencias en el aprendizaje de los números naturales. Uno. *Revista Didáctica de la Matemática*, 54, 14-30. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3203411>

Aprendizaje Basado en problemas en la Enseñanza del Cálculo desde un Pensamiento Complejo

- Riego, M. (2013). Factores académicos que explican la reprobación en Cálculo diferencial. *Conciencia Tecnológica*, 46, 49-56. <https://www.redalyc.org/pdf/944/94429298006.pdf>
- Restrepo, B. (2005). Aprendizaje basado en problemas: Una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores*, 8(1). <https://www.redalyc.org/pdf/834/83400803.pdf>
- Sánchez, I., & Ramis, F. (2004). Aprendizaje significativo basado en problemas. *Revista Horizontes Educativos*, 9(1). <https://www.redalyc.org/pdf/979/97917171011.pdf>
- Secretaría de Educación Pública – SEP. (2013). Cálculo Diferencial Programa de Estudios. <https://dgb.sep.gob.mx/storage/recursos/2023/08/wGtKVm8tDV-calculo-diferencial-1.pdf>

