

# Diseño y construcción de una plataforma virtual de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

*El Cálculo y su Enseñanza*  
ISSN: 2007-4107 (electrónico)

C. Armando Cuevas-Vallejo  
[ccuevas@cinvestav.mx](mailto:ccuevas@cinvestav.mx)

Israel E. Hernández González  
[israel.hernandez@cinvestav.mx](mailto:israel.hernandez@cinvestav.mx)

Departamento de Matemática  
Educativa  
Centro de Investigación y de  
Estudios Avanzados del  
Instituto Politécnico Nacional

**Recibido:** 05 de noviembre de  
2023

**Aceptado:** 20 de diciembre de  
2023

Autor de Correspondencia:  
Carlos Armando Cuevas Vallejo



**Resumen:** El presente trabajo es la presentación de un avance de investigación que consiste en construir y diseñar una plataforma virtual para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que puede ser de gran ayuda al docente al facilitarle el diseño de lecciones de conceptos matemáticos y proporcionar al estudiante la realización de ejercicios interactivos, generados de forma aleatoria, con revisión y retroalimentación que permita desarrollar cierta maestría en su ejecución. Ante la imposibilidad práctica de abordar una gran cantidad de conceptos matemáticos y con el propósito de mostrar la plataforma, se eligió un concepto que ha mostrado dificultad en su enseñanza y aprendizaje a todos los niveles educativos: el concepto de fracciones. Puesto que, para los docentes desde la educación elemental hasta el nivel superior, es conocido que un gran porcentaje de estudiantes presentan deficiencias en el tratamiento de las fracciones. Por otra parte, y como añadido a esta problemática se tiene el vertiginoso desarrollo de la tecnología digital que, a través de distintas plataformas, ofrece al estudiante la posibilidad de realizar operaciones con fracciones, pero en general las operaciones se realizan en forma oculta para el usuario, produciendo un aprendizaje casi nulo. En la idea de ofrecer a la comunidad un apoyo para formular actividades didácticas con las fracciones y sus operaciones se mostrarán lecciones y ejercicios para el concepto de fracción o número racional.

**Palabras clave:** Plataforma virtual, fracción, aplicaciones informáticas, operaciones con fracciones.

**Abstract:** The present work is the presentation of a research advance that consists of building and designing a virtual platform for the teaching and learning of mathematics, which can be of great help to the teacher by facilitating the design of lessons on mathematical concepts and providing the student with the realization of interactive exercises, randomly generated, with review and feedback that allows to develop some mastery in its execution. Given the practical impossibility of addressing many mathematical concepts and showing the platform, we chose a concept that has demonstrated difficulty in teaching and learning at all educational levels: the concept of fractions. For teachers from elementary to higher education, it is known that many students have deficiencies in the treatment of fractions. On the other hand, in addition to this problem, there is the vertiginous development of digital technology that, through different platforms, offers the student the possibility of performing operations with fractions. However, the operations are generally performed in a hidden way for the user, producing an almost null learning. With the idea of offering the community support to formulate didactic activities with fractions and their operations, lessons, exercises for the concept of fractions or rational numbers will be shown.

**Keyword:** Virtual platform, fraction, informatics applications, operations with fractions.

## 1. Introducción

### Aplicaciones web

Actualmente pueden encontrarse en el mercado una gran cantidad de aplicaciones como: Khan Academy, Math Games, Manga High, Arcademics, Educación 3.0 por mencionar algunas, las cuales pueden ser utilizadas para el aprendizaje autónomo de las matemáticas. A pesar de ello algunas de sus limitaciones pueden ser que los contenidos que presentan son limitados, también mucho del software disponible actualmente emplea en su mayoría estrategias conductistas; es decir, presenta el conocimiento de forma lineal sin que el alumno pueda experimentar con otras opciones (Ruiz et al., 2015). Dado el desarrollo de hardware en la actualidad se ha popularizado el uso de los teléfonos inteligentes (smartphone). Sin embargo, el desarrollo de aplicaciones para dispositivos móviles genera ciertas complicaciones al momento de desarrollarlas, algunas de estas pueden ser:

- Usos limitados en la interacción de la aplicación debido a las diferentes resoluciones de la pantalla.
- Restricción en el tipo de tecnologías en el cual se desarrollará la aplicación, esto debido a la diferente variedad de dispositivos que existen actualmente en el mercado.
- Los contenidos pueden ser limitados y pueden carecer de actualización frecuente.
- El uso del software no garantiza en sí el aprendizaje del alumno.
- El contenido carece de una verdadera orientación pedagógica y didáctica.

“A pesar del avance y desarrollo de nuevas y mejores tecnologías de aprendizaje en el área de educación aún no se logra la aplicación continua de estas[...], para lograr despertar el interés y la necesidad de aprender de manera autónoma en los alumnos” (Ruiz et al., 2015, p.p. 130). En el desarrollo web existen diversas aplicaciones y técnicas, las cuales pueden ser utilizadas para el desarrollo de apps. Algunas tecnologías como Java, JavaScript, Ruby, Python, PHP, HTML, CSS son algunos de los lenguajes de programación más comunes en el desarrollo de aplicaciones web. Una aplicación web es una herramienta, la cual puede ser utilizada desde cualquier navegador, no necesita de instalación en el equipo, es multiplataforma, por lo general no requieren de muchos recursos para ser ejecutados, puede ser accedido desde cualquier lugar con una conexión a internet, es adaptable y es diseñado con la finalidad que sea fácil de utilizar por los usuarios.

Es posible observar sitios web que incorporan esta característica. Algunas aplicaciones especializadas para la generación de funciones como GeoGebra, Wolfram Mathematica y Matlab, cuentan con una versión que se puede instalar en la PC, pero también han desarrollado su propia aplicación web con las mismas funciones que sus versiones de instalación.

García (2009) señala que es evidente la presencia de múltiples objetos tecnológicos en la actualidad, incluso en entornos educativos, aunque realmente es importante saber el uso que se le da a dicha tecnología. Desde hace algunos años el uso de tecnologías para dispositivos móviles ha ido creciendo de manera significativa. Se espera que el tamaño del mercado de teléfonos inteligentes crezca de 1.45 mil millones de unidades en 2023 a 1.78 mil millones de unidades para 2028, a una tasa compuesta anual de 4.10% durante el período de pronóstico (2023-2028)” (“Datos como servicio Tamaño del mercado y análisis de acciones - Informe de investigación de la industria - Tendencias de crecimiento”, s.f.)

En efecto, el explosivo desarrollo de la tecnología digital disponible en diversos dispositivos como: teléfonos inteligentes (smartphones), tabletas, laptops con diversas aplicaciones informáticas, pueden realizar diversas operaciones numéricas y simbólicas. Actualmente gran parte de las actividades que anteriormente se realizaban a través de una computadora de escritorio, se realizan ahora por medio de un teléfono inteligente o tableta. Dependiendo del tipo de usuario, el dispositivo móvil puede ser utilizado con múltiples propósitos como: entretenimiento, transferencias electrónicas, comunicación por medio de redes sociales, correo electrónico, mapas de geolocalización, traductor, navegación en internet, compras electrónicas, asistentes virtuales, fotos y también cómo un medio para de aprendizaje.

Estos dispositivos de uso frecuente pueden jugar el rol de laboratorios portables, con las siguientes ventajas:

- Contienen una gran cantidad de recursos que simulan sensores y aparatos de medición.
- La mayoría de los estudiantes cuentan con un teléfono inteligente.
- Muchas de las aplicaciones son de distribución gratuita.
- Los estudiantes están familiarizados con su uso y dominio.
- Son pequeños y transportables, por lo que no requieren de espacios especiales.

## **2. Materiales y Métodos**

En los últimos años la mayoría de las aplicaciones digitales han sido diseñados para dispositivos móviles, lo cual no resulta extraño puesto que los teléfonos inteligentes son de uso común en la población. Solo en México para el año 2022, se ha observado un incremento en el uso de teléfonos inteligentes, mientras que los usuarios de computadoras han tenido un comportamiento contrario (INEGI, 2022).

Por tal motivo, en la actualidad se está trabajando para migrar herramientas desarrolladas para computadora hacia móviles. En síntesis, nuestra propuesta radica en proporcionar una herramienta tecnológica que les permita a estudiantes y docentes ejercitar las operaciones con fracciones de manera que el profesor pueda dedicar más tiempo a la parte conceptual y descargar en la herramienta cognitiva las tareas más usuales de la operatividad. Es decir, hacer de la herramienta digital una herramienta cognitiva que le permita compartir parte de la responsabilidad en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se presenta la propuesta de una plataforma virtual donde los estudiantes podrán operar interactivamente con las fracciones.

El uso de aplicaciones móviles para el aprendizaje de las matemáticas se ha ido abordando como un medio factible, ya que permite que el aprendizaje de los estudiantes sea más dinámico al interactuar con las aplicaciones, en lugar de permanecer de manera pasiva observando todo lo que se les explica. Así mismo el uso de TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación), promueven el desarrollo de habilidades y destrezas para que el alumno busque la información, discrimine, construya, simule y compruebe hipótesis, además de fomentar cierta autonomía (Darías, 2001).

Este escenario conlleva ciertos retos, algunos de estos aspectos pueden ser los siguientes:

- Interactividad.
- Adaptabilidad del software al grado de académico de los estudiantes.
- Retroalimentación.

- Mantener el interés de los estudiantes.
- Adaptación de los contenidos de la aplicación con el Plan de estudios escolar.

Aunado a esto, existen otros retos a nivel de desarrollo, tales como la accesibilidad, disponibilidad, escalabilidad, compatibilidad, mantenibilidad, experiencia del usuario y los costos, que permitan programar con tecnología y software de frontera para la ejecución de las aplicaciones en las diversas plataformas que existen en la actualidad.

### **3. Desarrollo**

#### **3.1 Desarrollo de software**

El desarrollo de software es un proceso integral que implica varias fases o procesos organizados al momento de producir software que cumpla con los requisitos específicos del usuario o cliente, estas fases van desde la planeación hasta la implementación. Dependiendo de los requerimientos del cliente y/o el alcance del proyecto es que es posible utilizar distintas metodologías ya sea cascada, ágil o DevOps (desarrollo y operaciones).

La metodología ágil es un enfoque de desarrollo de software que se caracteriza por su flexibilidad y adaptabilidad a lo largo del ciclo de vida del proyecto. A diferencia de las metodologías tradicionales, que tienden a seguir un plan rígido desde el inicio, las metodologías ágiles valoran la colaboración continua con los clientes, la respuesta rápida a los cambios y la entrega incremental de productos funcionales (Sommerville, 2011). Estas ofrecen beneficios como una mayor capacidad de respuesta a los cambios en los requisitos del cliente, una entrega más rápida de productos y una mejora continua a lo largo del tiempo. En el contexto de la producción de plataformas y software educativo, la adopción de enfoques ágiles puede ser especialmente valiosa para garantizar que las soluciones se ajusten de manera efectiva a las necesidades cambiantes de la educación y la tecnología.

#### **3.2 El diseño de interfases para dispositivos móviles**

Si bien el desarrollo de aplicaciones de escritorio requiere tener en mente ciertos aspectos puntuales, “el desarrollo de una aplicación o servicio móvil conlleva una gran incertidumbre” (Ramírez, 2013, p. 5). Esto debido al crecimiento constante e innovador de las nuevas tecnologías, lo cual implica mejoras recurrentes en el hardware, apariciones constantes de nuevos dispositivos, uso de diferentes sistemas operativos y de lenguajes de programación; esto conlleva grandes retos para la construcción y diseño de software educativo capaz de ejecutarse en plataformas móviles.

También hay aplicaciones móviles que pueden desarrollarse para dispositivos especiales como televisores, consolas de videojuegos o relojes inteligentes. Por esta razón, al momento de desarrollar una aplicación móvil, uno de los aspectos necesarios a considerar son los tipos de dispositivos o el tipo de hardware en el cual se ejecutará la aplicación.

Otras de las dificultades encontradas para desarrollar aplicaciones para teléfonos inteligentes, es el hecho de que un programa desarrollado para una plataforma Android, no podrá ejecutarse en móviles con plataforma IOS o Microsoft. De tal manera que se tiene que realizar una doble o triple programación de las actividades didácticas para cada una de estas plataformas.

Las aplicaciones nativas son un claro ejemplo de ello, ya que se encuentran enfocadas para su implementación en una plataforma y tipo de dispositivo determinado. Por ejemplo, es posible

utilizar Android Studio y el lenguaje de programación Java para el desarrollar una aplicación móvil, y las aplicaciones desarrolladas en este entorno están orientadas para su uso en dispositivos con sistema operativo Android. Otro lenguaje de programación muy utilizado para desarrollo de aplicaciones móviles es Swift, este lenguaje de programación está orientado a dispositivos con sistemas operativos IOS y para Windows phone, es común utilizar y Visual Studio y el lenguaje C# y .NET para desarrollar una aplicación nativa para estos entornos.

Si bien, estas tecnologías son muy útiles para el desarrollo de aplicaciones nativas y generan beneficios como la mejora de rendimiento, una mejor experiencia del usuario y la posibilidad de ejecutar la aplicación sin conexión total a internet, al momento de implementar una aplicación que pueda ser utilizada en distintos dispositivos provoca que su desarrollo se complique, ya que es necesario desarrollar la misma aplicación en lenguajes y entornos diferentes. Por otro lado, es necesario considerar que también existen diversos tipos y tamaños de pantalla y la forma en la que se muestran los contenidos variará dependiendo del modelo del dispositivo utilizado o la posición en la que este se oriente (horizontal o vertical).

La elaboración de las interfaces para dispositivos móviles también requiere de ciertas habilidades y técnicas que son utilizadas para aprovechar al máximo el espacio disponible en la pantalla, y al mismo tiempo ofrecer la mejor experiencia posible al usuario en el uso de la aplicación. Algunas de estas metodologías para este fin son el diseño UX (User Experience) y UI (User Interface), las cuales se basan en enfocarse en experiencia y usabilidad de la aplicación, con el fin que este sea sencillo de utilizar para el usuario.

En la metodología UX/UI el principal objetivo es “obtener un producto que no sea creado en base a la intuición, inspiración o subjetividad de los diseñadores, ni de los clientes, sino de un procedimiento lógico, dinámico y justificado” (González, 2021, p. 24). Esto implica la planeación previa y estructuración de los elementos que conformarán la interfaz, así como una distribución correcta de los mismos. Por ejemplo, la ubicación de los botones de acción, los menús, las ventanas emergentes, los logotipos, el tamaño de fuente, los iconos a utilizar y la interacción del usuario con cada uno de estos elementos, debe de estar correctamente distribuido en la interfaz para que este sea intuitivo y fácil de utilizar.

Con respecto al diseño de interfases para distintos dispositivos, el Responsive Web Design (Diseño web adaptativo) es “una de las técnicas de diseño y desarrollo web que, mediante el uso de estructuras e imágenes fluidas, así como de media-queries en la hoja de estilo CSS, consigue adaptar el sitio web al entorno del usuario” (Labrada y Salgado, 2013, p. 4).

Esta técnica es muy utilizada hoy en día, ya que genera diversas ventajas. El contenido de los dispositivos no se limita a estipular un número de pixeles que un contenedor utilizará en la pantalla, sino que utiliza porcentajes que ayudan en la organización de todos los contenidos del sitio y así pueda adaptarse a distintos dispositivos.

### **3.3 Plataformas de aprendizaje**

La pandemia COVID-19 o Sarv-Cov2 potenció muchas de las aplicaciones en red para la enseñanza de las matemáticas, con las cuales los profesores se vieron en la necesidad de utilizar para improvisar cursos en línea (Cuevas et al, 2020). Para Montfort y Brown (2012), el Ciber aprendizaje es cualquier forma de aprendizaje que puede ser facilitado por el uso de la tecnología y la principal diferencia entre el e-learning y el Ciber aprendizaje, es que el e-learning se utiliza como un medio por el cual se transmite la información a través de una plataforma digital de

aprendizaje, mientras que el “Ciber aprendizaje utiliza una plataforma digital para establecer una experiencia de aprendizaje integral, global y basada en la tecnología” (Hakam et al., 2020, p. 2).

En el desarrollo de las aplicaciones móviles, existen algunos que están orientados a niños que se encuentran cursando los niveles básicos. Ellos utilizan estas aplicaciones para ejercitar los temas aprendidos en clase. En las tiendas Google Play y App Store, existen algunas aplicaciones para el aprendizaje de fracciones como “Fracciones Matemáticas LITE” o “Calculadora de fracciones”. En ambas aplicaciones es posible entender de forma simplificada la manera en la cual se pueden resolver operaciones de fracciones simples. Sin embargo, el usuario solamente puede seguir una serie de acciones específicas para llegar a la respuesta correcta. Esto puede limitar el aprendizaje, ya que en ocasiones es posible proporcionar más de una respuesta correcta y debido a estas restricciones de las aplicaciones, no es posible proporcionarlas.

En el caso de las calculadoras de fracciones, éstas permiten al usuario una mayor libertad para colocar diversos de tipos de fracciones o realizar una o varias operaciones. Al final la calculadora mostrará tanto el resultado como el procedimiento; por ejemplo, Symbolab, Mathepower, onlineMschool por mencionar algunas. No obstante, lo que un profesor desea en el aula es enseñar al alumno a que sea él quien realice las operaciones y no contemplarlas de manera pasiva; puesto que esto conduce a una enseñanza tipo hábito la cual ha mostrado su ineficiencia en los procesos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática (Cuevas y Pluinage, 2015).

### **3.4 Descripción del trabajo**

Un aspecto que se debe considerar al desarrollar una app de aprendizaje de fracciones es la implementación de una base de conocimiento que detecte ciertos patrones de errores estadísticamente frecuentes, que el usuario realiza al momento de resolver un ejercicio; de tal forma, que cuando un estudiante cometa un error la aplicación sea capaz de retroalimentar al usuario con algo más que señalar el error.

Los casos anteriores marcan una pauta a considerar, ya que, si la aplicación no es restrictiva, esto puede provocar que el usuario ocasione diversos fallos en tiempo de ejecución; lo que implica desarrollar una base de conocimiento muy amplia para que la aplicación pueda identificar y retroalimentar al usuario ante cualquier acción errónea y enviar un mensaje específico para solventar el error cometido. Esto aumenta la complejidad de los algoritmos, así como el rendimiento de la aplicación; y en caso de optar por desarrollar una app que sea más restrictiva, generaría que se limite la interacción del usuario y por ende limitaría el aprendizaje.

Otro de los aspectos que tenemos que tomar en consideración es el hecho de que el hardware de la computadora no contiene a todos los números reales y, de hecho, cuando por ejemplo el usuario introduce fracciones con expansión decimal infinita la computadora redondea este número aceptando sólo una parte finita de la expansión. Ahora bien, cuando la computadora opera con fracciones estos redondeos o aproximaciones se multiplican ocasionando con frecuencia un resultado incorrecto (Madrid, 2013).

Por esta razón, es necesario el uso de algoritmos matemáticos eficientes que reduzcan al mínimo el error de aproximación al operar números racionales en una computadora a través de los diversos lenguajes, softwares y hardware. Al mismo tiempo es necesario incluir problemas de

## Diseño y construcción de una plataforma virtual de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

orden cognitivo que permitan significar una fracción y proponer problemas y rutas didácticas identificados en la literatura internacional.

Para el desarrollo de la aplicación app “Fracciona”, se utilizó el lenguaje de programación JavaScript. Este es un tipo de lenguaje interpretado, por lo cual no requiere de su compilación y cuenta con la facilidad de poder ser ejecutado en un navegador web. A su vez JavaScript es un lenguaje de programación dinámico, que permite la interactividad del usuario con el sitio web y gracias a sus frameworks facilita la programación de la parte lógica de la aplicación. Así mismo para su adaptabilidad a diferentes dispositivos se utilizó una librería de CSS. Para las lecciones utilizamos en esta primera versión el programa de geometría dinámica GeoGebra y para administrar todos los contenidos utilizamos la plataforma Moodle.

La plataforma proporciona al profesor herramientas digitales con las cuales el docente podría formar lecciones que el considere adecuadas para sus alumnos y para el nivel escolar que considere. Más que proporcionarle lecciones establecidas por nosotros, consideramos que el profesor debe de ser cocreador de las actividades didácticas en el aula. Por ejemplo, le proporcionamos al profesor un resumen de los objetivos y propósitos de cada actividad, en este caso se muestra para la actividad didáctica de Equipartición. En la figura 1 aparece las instrucciones y objetivos de la actividad; y enseguida una sugerencia de lección para el estudiante que podrá ser llenada mediante la interacción con el escenario virtual mostrado en la figura 5. El profesor podrá con este material añadir, corregir y modificar el lenguaje como el considere conveniente.

The image shows two side-by-side screenshots of a Moodle page. The left screenshot displays the 'Actividad Canicas' section with three scenarios: 'Primer escenario' (2, 4, 6, 8, 10, or 12 canicas), 'Segundo escenario' (3, 6, 9 or 12 canicas), and 'Tercer escenario' (7 canicas). The right screenshot shows the 'Lección de equipartición y equivalencia' section, including 'Instrumentación' and 'Lección sobre equipartición o reparto en partes iguales' with multiple-choice questions about sharing sweets.

**Actividad Canicas**

Objetivo 1. familiarizar con la instrumentación del EDVI

Objetivo 2. Establecer la equipartición como fracción

Objetivo 3. Establecer una fracción equivalente con múltiplos menores de numerador y denominador.

Aparecen un número de  $n \in \mathbb{N}$  de canicas y un numero  $m \in \mathbb{N}$  de platos en donde  $\frac{m}{n} = p \in \mathbb{N}$  o bien que  $m = n \times p$

**Primer escenario**

Primero aparecen dos platos, y aparecen aleatoriamente 2, 4, 6, 8, 10 o 12 canicas y se pregunta:

¿Cómo se dividen o se reparten las canicas en partes iguales?

*El alumno selecciona las canicas y las reparte en los platos*

**Segundo escenario**

Después aparecen tres platos, y aparecen aleatoriamente 3, 6, 9 o 12 canicas y se pregunta:

¿Cómo se dividen o se reparten las canicas en partes iguales?

*El alumno selecciona las canicas y las reparte en los platos*

**Tercer escenario**

En este escenario el alumno selecciona el número de canicas y de platos y después las reparte.

**Lección de equipartición y equivalencia**

Instrumentación (Familiarización con el entorno)

Instrucciones: En el primer escenario se te muestra una charola vacía y un niño, también se te muestra una barra deslizable “deslizador” con el que puedes cambiar la cantidad de dulces de la charola, muevelo hasta obtener dos o tres dulces. Ahora toma cada uno de los dulces y arrástralos hasta que quede dentro del plato de Israel.

Lección sobre equipartición o reparto en partes iguales

Ahora que sabes mover el deslizador para aumentar el número de dulces y arrastrar los dulces de un lugar a otro ayudanos a repartir algunos dulces en parte iguales.

Instrucciones: En este segundo escenario te aparece una máquina expendedora de dulces y también dos deslizadores, uno para cambiar el número de niños y otro para cambiar la cantidad de dulces que nos da la maquina. A continuación, sigue las indicaciones y responde a las preguntas marcando con un “x” la respuesta que consideras correcta. □

1. Mueve el deslizador “Niños” hasta tener dos niños y mueve el deslizador “Dulces” hasta tener 6 dulces.

- Si repartes el mismo número de dulces a cada niño, ¿cuántos le tocan a cada uno?  
 1 dulce  2 dulces  3 dulces  4 dulces  No sé

Si le tocaron 3 dulces a cada uno de los dos niños también podemos decir que les tocaron 3 de 6 a cada uno y se escribe  $\frac{3}{6}$

- Mueve el deslizador de niños para ahora tener 3 niños y 6 dulces. Si se reparten equitativamente (la misma cantidad a cada niño) ¿Cuántos dulces le corresponden a cada niño?  
a) 1 dulce b) 2 dulces c) 3 dulces d) 4 dulces e) No sé
- Si le tocaron a cada niño 2 dulces de 6 esto se escribe en matemáticas como:  
a)  $\frac{2}{6}$  b)  $\frac{6}{2}$  c)  $\frac{3}{6}$  d)  $\frac{6}{3}$  e) No sé
- Si la maquina nos diera 7 dulces y los dulces no se pueden partir, ¿podrían repartirse equitativamente entre dos niños?  
a) SI b) No c) No sé

Figura 1: La Página de la izquierda muestra la explicación al profesor y la de la derecha una sugerencia de lección que se utilizaría juntamente con el escenario de la figura 4.

### 3.5 Concepto matemático elegido: Fracción

Desde el punto de vista de las matemáticas una fracción es un número racional que se define como: Un número  $r$  es racional si  $r = \frac{p}{q}$  en donde  $p, q \in \mathbb{Z}$  y  $q \neq 0$ . (Feferman, 1964). Sin embargo, en las diversas aplicaciones de los números racionales estos números adquieren diversas representaciones entre las cuales podemos anotar: Equipartición y partición; multiplicación y división; razón, proporción y tasa; fracciones; área y volumen; semejanza y escala; decimales y porcentajes (Confrey et al., 2009). Y precisamente se ha detectado que estas múltiples representaciones son una de las mayores causas de su incomprensión en los diversos grados escolares.

Aunque la enseñanza de fracciones inicia desde la educación elemental, se retoman en la secundaria y preparatoria e incluso en algunos casos en la educación superior, el problema se preserva en los diferentes niveles educativos para un gran sector de estudiantes. Al respecto, Ávila (2019) señala que las fracciones han representado y representan una enorme dificultad para los estudiantes desde la educación elemental hasta la educación superior.

“La enseñanza y el aprendizaje de las fracciones no sólo es muy difícil; en el esquema más amplio de las cosas, es un triste fracaso” (Davis et al., 1993, p. 63). En efecto, Ávila (2019) señala que de la población estudiantil elemental el 60.5% se sitúa en la escala más baja, según reportes de PLANEA, y tan solo el 6.8% puede realizar problemas con decimales y fracciones.

En la actualidad Gaspar (2023) reporta que los últimos índices de la OCDE señalan que en México las evaluaciones en matemáticas y ciencias bajaron en comparación al año 2018. Eso no debería ser sorprendente, dada la complejidad del significado conceptual de una fracción (Steffe y Thompson, 2000): ¿qué es una fracción?, ¿una razón?, ¿una comparación?, ¿una repartición?, ¿una unidad dimensional?, ¿una proporción?, ¿un número racional?, ¿una comparación multiplicativa? (Flores, 2014). Estas y más, son diversas representaciones de una fracción. En otras palabras, la diversidad de posibles representaciones resulta compleja para los estudiantes. Por su parte, Kieren (1980) y Behr et al., (1983), sugieren agrupar las diferentes representaciones o significados en cuatro grandes apartados: medida, razón, operador y parte-todo.

Por lo anterior y como consecuencia, la unidad en una fracción resulta por demás algo abstracto. ¿Cuánto es un cuarto de un sector de área?, ¿cuánto es un cuarto de 20 objetos?, ¿cuánto es un cuarto de 3 kilos de cebolla? Con estos sencillos ejemplos se puede constatar lo complejo que resulta la unidad para un niño.

Adicional a este problema están los diversos registros de representación semióticas que tiene una fracción: cociente de dos enteros, número mixto y decimal. Y en cada registro de representación la manera de operar las fracciones es distinta. Es decir, cada registro de representación tiene su propia gramática. Por ejemplo, no es transferible la forma de operar  $\frac{3}{4} + \frac{7}{5}$  con  $0.75+1.4$  o con  $\frac{3}{4} + 1\frac{2}{5}$ . A pesar de que las tres expresiones anteriores son equivalentes, la forma de realizar las operaciones es muy diferente en cada caso.

La afamada asociación NCTM de profesores en USA afirma que el conocimiento de fracciones es predictor del comportamiento en aprendizaje de las matemáticas hasta el segundo año de bachillerato. Por otra parte, las evaluaciones nacionales en México como EXCALE, ENLACE



y PLANEA encontraron en 2009 que solo 23% de una muestra grande de estudiantes de secundaria reconocen el significado de fracción y de fracción equivalente. En 2011 la evaluación ENLACE encontró que solo el 33% resuelven correctamente problemas de sumar números mixtos (Real, 2017). Y ya en estas fechas la evaluación internacional PISA de la OCDE, da a conocer los resultados del 2018, señalando que solo el 1 % de los estudiantes mexicanos obtuvo un desempeño sobresaliente en los niveles de competencia más altos (nivel 5 o 6) en lectura, matemáticas y ciencia (Gaspar, 2023). En pocas palabras, la enseñanza de las matemáticas y en particular la de fracciones resulta un fracaso en la educación básica y elemental.

Agregando a este problema en la secundaria inician el curso de física, en donde las fracciones expresan unidades de cantidades físicas. Freudenthal al percibir este problema, definió la razón formada entre dos cantidades de un mismo sistema como *razón interna*; es decir, el cociente como un número adimensional (Puig, 2001). Por ejemplo: la razón entre dos números 90 y 30; o bien  $\frac{90}{3} = 30$ . Y a la razón formada entre dos cantidades de sistemas diferentes le denominó *razón externa*. Por ejemplo, la velocidad de un auto que recorre 90 kilómetros en tres horas será  $\frac{90 \text{ kilómetros}}{3 \text{ horas}} = 30 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ . Aunque los números son los mismos, debido a los diferentes significados, Freudenthal (ibidem), considera que pasar de razones internas a externas no es sencillo para los estudiantes.

Sin embargo, la experiencia nos señala que son dos los problemas que enfrenta la enseñanza y aprendizaje de las fracciones; por una parte, que los estudiantes adquieran el significado del concepto de fracción y por la otra que tengan una destreza operativa que les permita utilizarlas o aplicarlas a la resolución de diversos problemas como porcentajes, razón, escala y probabilidad entre otras. Pero con frecuencia, para obtener la destreza operativa se requiere salvar los remanentes problemas de la aritmética elemental, y en general los docentes tienen que elegir entre el concepto o la operación.

A esta grave problemática se le debe agregar el uso indiscriminado de la tecnología digital empleada el día de hoy, a los tradicionales tres actores del contrato didáctico: Saber; maestro y alumno (Chevallard, 1991).

## 4. Resultados

### 4.1 Interfases de plataforma

La primera parte corresponde a una selección del tema al cuál desea ser introducido, como puede apreciarse en la imagen la plataforma puede adaptarse a diferentes tamaños de dispositivos (véase figura 2).

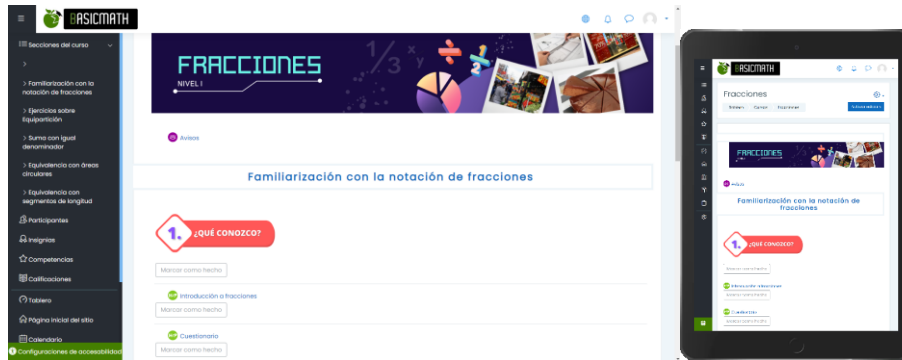


Figura 2. Interfaz de inicio de la plataforma.

Dentro de la primera sección “Introducción a fracciones” el alumno puede ingresar a una lección interactiva, donde se comienzan a describir los conceptos, en este caso sobre fracción y sus diversas representaciones. Este tipo de lecciones son enriquecidos con contenidos multimedia, videos, cuestionarios y ejercicios drag & drop (arrastrar y soltar), véase figuras 3 y 4.

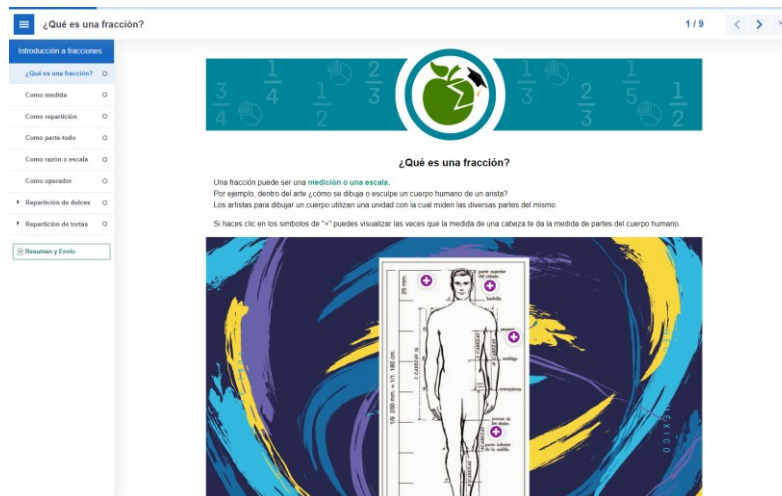


Figura 3. Fracción como escala.

## Diseño y construcción de una plataforma virtual de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas



Figura 4. Fracción como repartición.

La plataforma también incluye escenarios diseñados con el software dinámico GeoGebra. En estos, el estudiante puede interactuar con el escenario y a su vez, en la plataforma Moodle, se pueden registrar sus avances y respuestas por medio de cuestionarios dinámicos. Esto facilita el registro de datos que se obtenían por medio de hojas impresas que se le proporcionaban al alumno. Así mismo, los cuestionarios permiten la autoevaluación, por lo que el alumno puede tener una retroalimentación inmediata por medio de la plataforma y el docente puede analizar los datos después de que el alumno terminó la actividad. La primera actividad (ver figura 4), se refiere a la fracción como repartición puesto que se sugiere que al inicio del estudio de fracciones comenzar con problemas de repartición (Confrey et al., 2009).

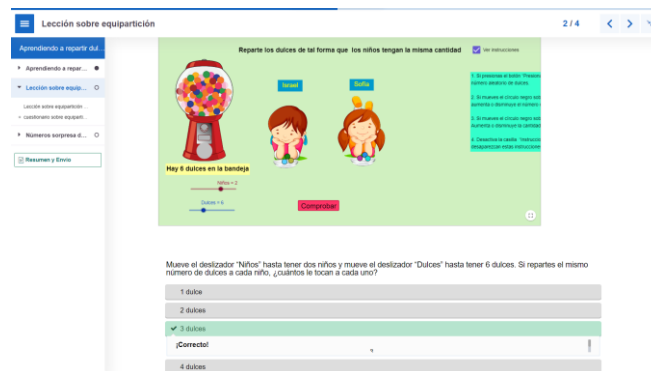


Figura 5. Lección con escenario GeoGebra y cuestionario dinámico.

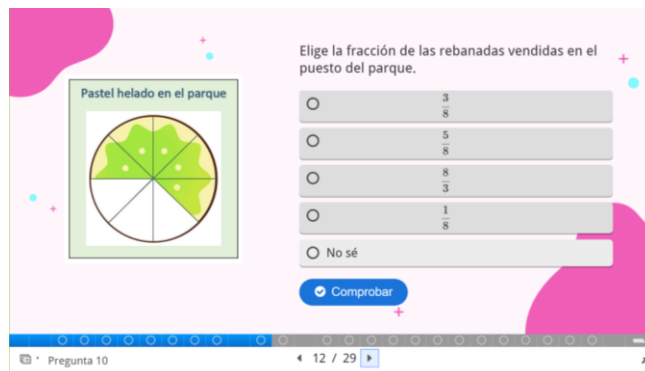


Figura 6. Fracción como porción de área.

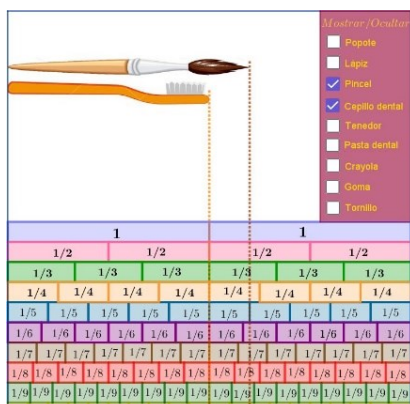


Figura 7. Fracción como medida.

Las figuras 5, 6 y 7 son parte de actividades didácticas para promover el concepto de fracción, con las cuales el docente podrá formar lecciones que de acuerdo con su criterio serían parte de su trabajo en el aula. Adicionalmente a estas lecciones y en una etapa más avanzada proporcionamos una app calculadora para operar fracciones (véase figura 8); también queda a juicio del profesor cuándo la proporciona a los estudiantes.



Figura 8. Calculadora para operar fracciones.

En la enseñanza y aprendizaje de la matemática se requiere del valor epistémico y pragmático. Es decir, se requiere de la conceptualización del concepto matemático, pero también se requiere que el estudiante adquiera cierta destreza operativa para promover y evaluar esta destreza realizamos la siguiente app.

Esta app se puede descargar de la plataforma y apoya tanto al profesor como al estudiante al plantearle fracciones para que desarrolle las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). En esta aplicación el estudiante puede solicitar un problema con datos proporcionados por la misma o el mismo introducirlos. Tendrá en cada momento la posibilidad de evaluar su respuesta, en su caso corregirla y además la posibilidad de invocar una lección puntual a la operación realizada. También la aplicación cuenta con una base de errores comunes que se identifican cuando la respuesta es errónea y la aplicación le brinda una sugerencia al estudiante para corregir.

## Diseño y construcción de una plataforma virtual de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

De inicio el estudiante puede elegir entre trabajar con fracciones propias, impropias o mixtas. Esta es una recomendación del programa oficial de la SEP para secundaria y primaria. (SEP, 2011a, 2011b, 2011c, 2011d). Una vez elegido el tipo de fracción se procede a elegir, mediante un menú de íconos, el tipo de operación (véase figura 9 y 10). Enseguida, el estudiante puede elegir el número de dígitos (de uno a tres) que puede contener el numerador y denominador de las fracciones a operar (véase figura 11).

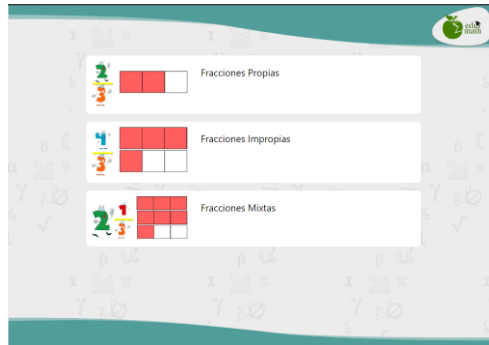


Figura 9. Selección de tipos de fracción.

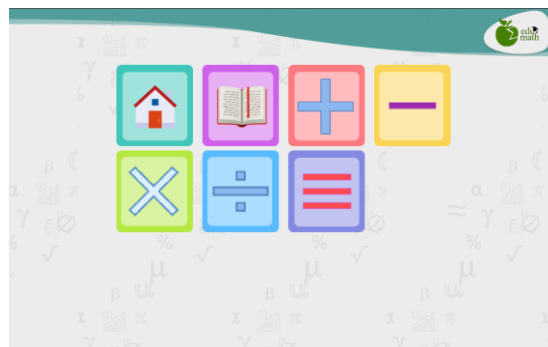


Figura 10. Menú donde se selecciona regreso a inicio; lección operación suma, resta, multiplicación, división y equivalencia.

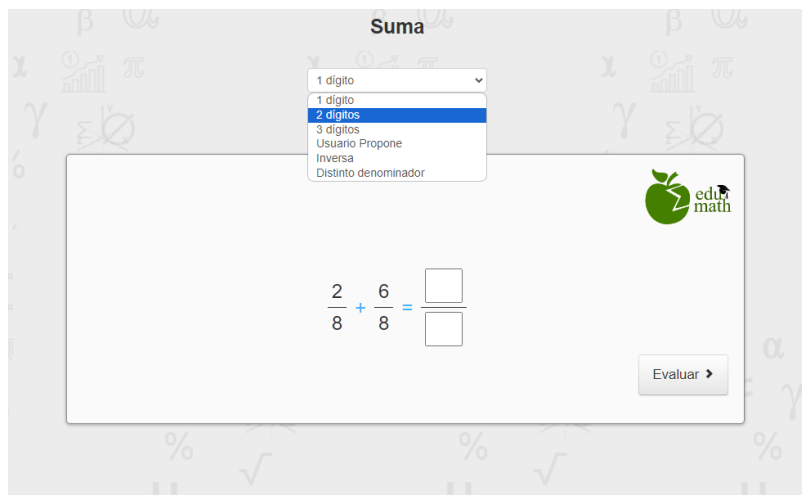


Figura 11. Selección de dígitos.

La app denominada “Fracciona” evalúa la respuesta del estudiante ante cualquier problema planteado (véase figura 12 y 13).

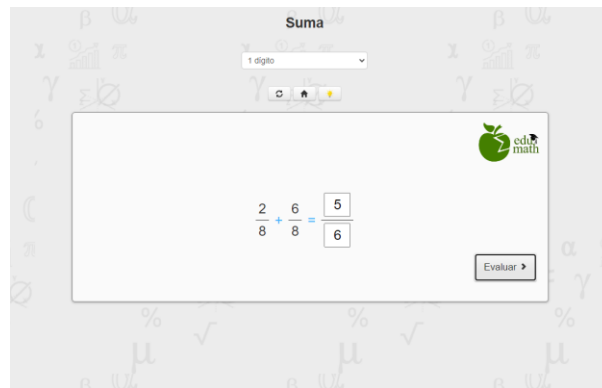


Figura 12. Respuesta incorrecta

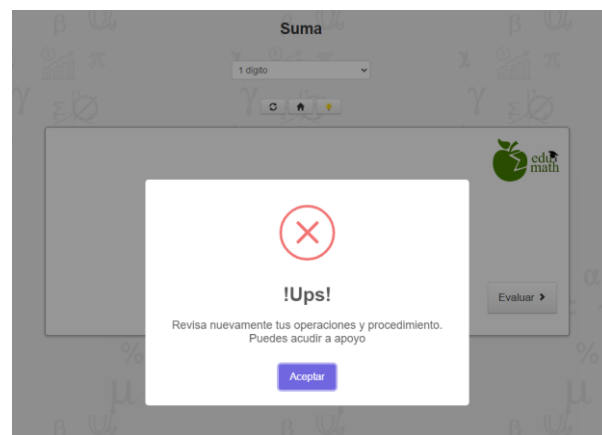


Figura 13. Evaluación de respuesta.

Cada actividad contiene una breve lección que aplica el principio de mínima ayuda (Aebli, 1995), en donde se expone una información mínima que ayude al alumno a solventar el problema específico planteado (véase figura 14)

# Diseño y construcción de una plataforma virtual de apoyo a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

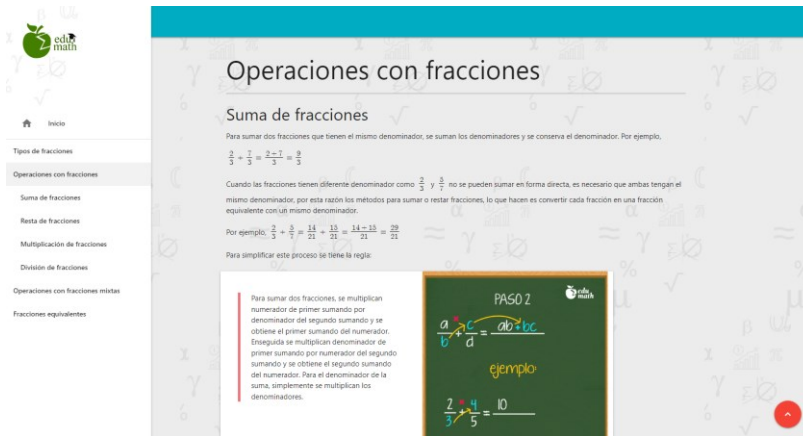


Figura 14. Ejemplo de lección

Adicionalmente y de acuerdo con nuestra directriz didáctica, para cada operación se le puede solicitar al alumno que realice una operación inversa a la operación seleccionada previamente. Esta actividad se puede elegir desplegando el menú (véase figura 11 y 15).

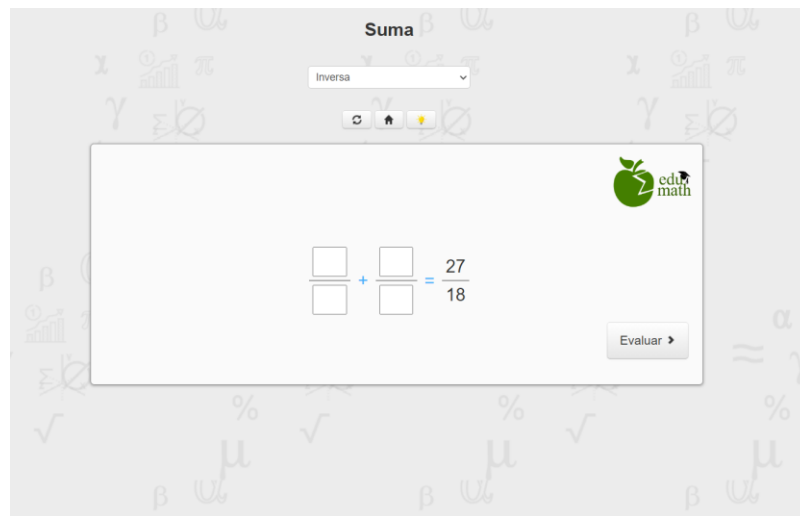


Figura 15. Ejemplo de operación inversa

En la app Fracciona, el usuario puede elegir entre proponer los datos o que los proporcione el alumno (véase figura 16).

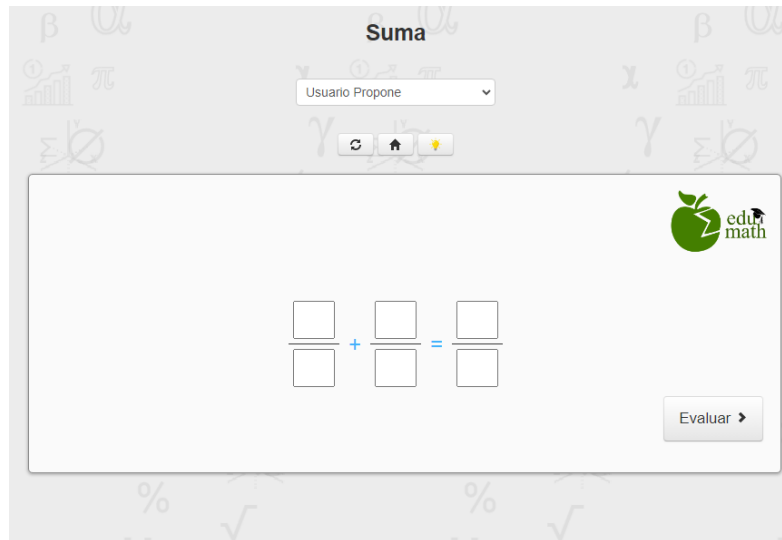


Figura 16. Ejemplo de fracción propuesta por el alumno

Finalmente Fracciona también propone problemas en donde el estudiante tiene que obtener una fracción equivalente a una fracción ingresada (véase figura 17).

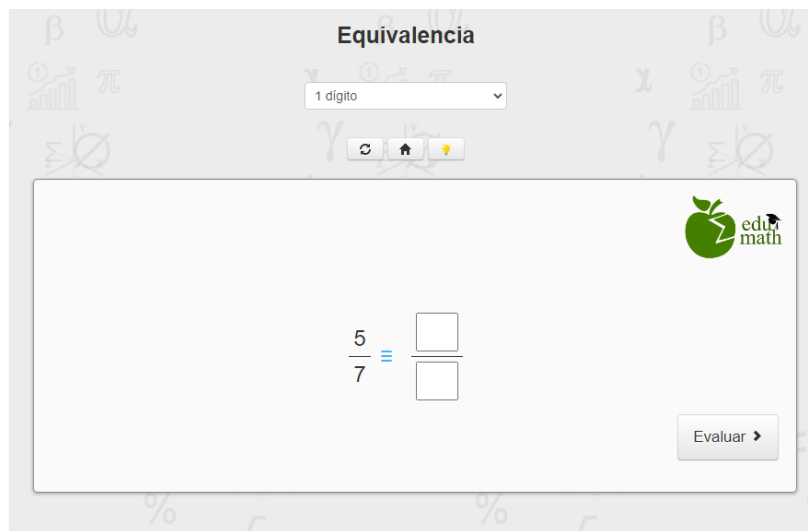


Figura 17. Ejemplo de equivalencia

La manera en que esta aplicación se incluya en el aula queda a elección del profesor, así como la lista de ejercicios que les solicite para practicar.

## 5. Discusión y reflexiones finales

El presente artículo muestra una investigación en desarrollo que refiere a la construcción y diseño de una plataforma con software educativo que podría facilitarle a un docente la formación de lecciones de matemáticas con apoyo de la tecnología digital. Así mismo, la plataforma podría serle útil a los estudiantes al proporcionarle lecciones y herramienta interactiva con la cual podrían practicar la resolución de ejercicios, con el atributo de que la plataforma evaluaría las respuestas a los ejercicios solicitados. En este caso se muestran herramientas digitales para promover un mejor aprendizaje del concepto de fracción matemática.



La plataforma que se propone no pretende ser un sustituto del profesor, por el contrario, se espera sea un aliado, en donde el docente puede delegar muchas de las tareas más rutinarias de su ejercicio y destinar sus clases a ser más reflexivas y aplicadas a situaciones reales. Ciertamente es nuestra creencia al igual que Sfard (1994); que el aprendizaje de la matemática tendría tres estados: el operativo, el aplicado y el formal, y que no solo no son contradictorios, sino que por el contrario son pasos necesarios para llegar con éxito a las diversas etapas de conocimiento en la matemática; esta plataforma se dirige hacia el profesor en donde él pueda establecer actividades didácticas en el orden y lenguaje que el considere adecuado al nivel educativo en donde se instrumente. A la vez fomentar destreza operativa en el estudiante mediante la aplicación informática Fracciona, que podrá descargar en un teléfono móvil. El docente podrá formular actividades didácticas y discusiones grupales, pero faltaría aplicarla con todos los protocolos en algunas escuelas, en donde el profesor pueda diseñar lecciones didácticas tomando como base las sugerencias que hacemos. Pero eso sería trabajo de otros profesores investigadores.

Debido a la limitada capacidad de recursos humanos para producir software educativo creemos que es necesario elegir temas importantes, del currículo matemático, detectado por la comunidad internacional con problemas en la enseñanza y aprendizaje. Por esta razón para presentar este prototipo de plataforma elegimos el problema de fracción.

El problema de la enseñanza de fracciones es un problema actual y latente en todos los niveles educativos, lo cual no es sorpresa dado que, si en los sistemas escolares elementales es un fracaso, este mismo se hereda y además es predictor del comportamiento de los estudiantes en niveles escolares posteriores. En este sentido cualquier aportación es saludable. También es menester mencionar que no pretendemos que esta aportación solvete el grave problema del aprendizaje de las fracciones, donde hay mucho por estudiar y aportar; por el contrario, esperamos que este artículo, despierte en el lector la inquietud de aportar nuevas ideas y actividades, que ayuden al grave problema de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La producción de plataformas y software educativo para la enseñanza de las matemáticas depende del desarrollo de hardware y software que el mercado ofrece y cuando el artefacto o dispositivo digital cambia se tiene que volver a realizar el proyecto y la programación. Por lo tanto, un entorno dinámico y tecnológico debe de estar en constante evolución y el desarrollo de herramientas educativas debe mantenerse al tanto de las últimas tendencias y avances en el ámbito de la tecnología. Esto implica estar actualizado de los cambios en hardware y de dispositivos digitales, así como del desarrollo de software, incluyendo sistemas operativos y aplicaciones específicas para la educación matemática.

También se continúa perfeccionando la app Fracciona actualizando la forma de introducir los datos mediante el uso de la librería para JavaScript Mathquill y adaptando una plataforma propia que permita la administración más eficiente de los contenidos y la visualización adecuada en smartphones. Además, se está trabajando en otros conceptos matemáticos que han mostrado complejidad en su enseñanza y aprendizaje como lo es el concepto de ecuación y función.

## **6. Agradecimientos**

Los autores agradecen al Mtro. Erasmo Islas Ortiz su colaboración en el desarrollo de las lecciones y escenarios de GeoGebra.

## 7. Bibliografía

- Aebli, H. (1995). *12 formas básicas de enseñar. Una didáctica basada en la psicología* (2a ed.). Madrid, España: Narcea, S. A. de ediciones.
- Alomari, H. W., Ramasamy, V., Kiper, J. D., & Potvin, G. (2020). A User Interface (UI) and User eXperience (UX) evaluation framework for cyberlearning environments in computer science and software engineering education. *Heliyon*, 6(5), e03917. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2020.e03917>
- Ávila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje de fracciones en tres generaciones de libro de texto para primaria. *Educación Matemática*, 13(2), 22-60.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, (pp. 91-125). New York: Academic Press.
- Chevallard, Yves. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Francia: Le Pensée Sauvage.
- Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K., Mojica, G., Myers, M. (2009). Equipartitioning/splitting as a foundation of rational number reasoning using learning trajectories In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, pp. 345-352. Thessaloniki Greece. PME.
- Cuevas-Vallejo, C. A., & Pluvinage, F. (2015). Una propuesta de ingeniería didáctica para la enseñanza de las matemáticas. *El cálculo y su enseñanza*, 6, 171–200. <https://10.61174/recacym.v6i1.110>
- Cuevas-Vallejo, C. A., Delgado Pineda, M., González Ortiz, O., Martínez-Reyes, M., & Orozco-Santiago, J. (2020). La encrucijada de la enseñanza en línea en tiempos de pandemia. *El cálculo y su enseñanza*, 15, 35–50. <https://10.61174/recacym.v15i1.59>
- Darías, V. (2001) La Tecnología en la escuela venezolana. *Candidus*, 3(16), 19-20.
- Datos como servicio Tamaño del mercado y análisis de acciones - Informe de investigación de la industria - Tendencias de crecimiento. (s.f.). Recuperado de <https://www.mordorintelligence.com/es/industry-reports/data-as-a-service-market>
- Davis, G. E., R. P. Hunting, C. Pearn. (1993). What might a fraction mean to a child and how would a teacher know?, *Journal of Mathematical Behavior*, 12, 63-76.
- Feferman, S. (1964). *The Numbers Systems Foundations of Algebra and Analysis*. USA: Addison-Wesley Publishing Company.
- Flores, A. (2014). División de fracciones como comparación multiplicativa a partir de los métodos de los alumnos. *Educación Matemática 25 años*.
- García, G. B. (2009). Videojuegos: Medio De Ocio, Cultura Popular y Recurso Didáctico para la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas Escolares. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica y Teoría de la Educación Facultad de Formación de Profesorado y Educación Universidad Autónoma de Madrid. España.
- Gaspar, R. (2023). Educación en México navega entre carencias en aulas y el abandono escolar: reportes. <https://www.sinembargo.mx/09-12-2023/4441759>
- González, R. (2021) Diseño web basado en ux/ui para mejorar la mala experiencia en el comercio electrónico en las empresas de retail de lima metropolitana [Tesis de licenciatura]. Universidad San Ignacio de Loyola, Perú. Recuperado de <https://repositorio.usil.edu.pe/server/api/core/bitstreams/799a5729-0439-4671-a9fd-c5523c1ec244/content>

- INEGI. (2022). Instituto Nacional de Estadística y Geografía. Encuesta Nacional sobre Disponibilidad y Uso de Tecnologías de la Información en los Hogares (ENDUTIH) 2022. <https://www.inegi.org.mx/programas/dutih/2022/>
- Kieren, T. (1980), The rational number constructs. Its elements and mechanisms, en T. Kieren (ed.), *Recent Research on Number Learning*, Columbus, OH, eric/smeac, pp. 125-149.
- Labrada, M. E., Salgado, C. C. (2013). Diseño web adaptativo o responsivo. *Revista Digital Universitaria*, 14 (1). 1-9. <http://www.revista.unam.mx/vol.14/num1/art07/art07.pdf>
- Ledesma, E. F. R., González, J., & Díaz, J. G. (2015). Aplicaciones en dispositivos móviles enfocadas al estudio de conceptos de cálculo. *El Cálculo y su enseñanza*, 6, 125–148. <https://doi.org/10.61174/recacym.v6i1.108>
- Madrid de la Vega, H. (2013). ¡Ojos que no ven, computadoras que mienten! *El cálculo y su enseñanza*, 4(1), 35–46. <https://doi.org/10.61174/recacym.v4i1.159>
- Montfort, D. B., & Brown, S. (2012). What Do We Mean by Cyberlearning: Characterizing a Socially Constructed Definition with Experts and Practitioners. *Journal of Science Education and Technology*, 22(1), 90–102. doi:10.1007/s10956-012-9378-8
- Puig, L. (2001). Notas para una lectura de la fenomenología didáctica de Hans Freudenthal. Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. México: CINVESTAV. <https://www.uv.es/puigl/intronota.pdf>
- Ramírez, R. (2012). *Métodos para el desarrollo de aplicaciones móviles*. Madrid, España: Universitat Oberta de Catalunya. Recuperado de <http://biblioteca.usfa.edu.bo/cgi-bin/koha/opac-retrieve-file.pl?id=5b797d008afa7fc158cf77437fd9c67a>
- Real, O. R. (2017). *Las fracciones como recurso fenomenológico de los números racionales en modelos de enseñanza* [Tesis Doctoral, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional].
- SEP. (2011a). Secretaria de Educación Pública. Programa Tercer grado de Matemáticas. Recuperado de <https://www.gob.mx/sep/documentos/programa-tercer-grado-matematicas?state=published>
- SEP. (2011b). Programa. Cuarto grado de Matemáticas. Recuperado de <https://www.gob.mx/sep/documentos/programa-cuarto-grado-matematicas>
- SEP. (2011c). Programa. Quinto grado de Matemáticas. Recuperado de <https://www.gob.mx/sep/documentos/quinto-grado-matematicas-11844>
- SEP. (2011d). Programas de Estudio 2011 Guía Para El Maestro. [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/19012/Sec\\_2do\\_fcye2011.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/19012/Sec_2do_fcye2011.pdf)
- Sfard, A. (1994). Reification as the Birth of Metaphor. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 44–55. <http://www.jstor.org/stable/40248103>
- Sommerville, I. (2011). *Ingeniería de Software* (9a ed.). Mexico: Pearson Education.
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.