# Analizando las conexiones matemáticas de un futuro profesor de matemáticas al resolver problemas en una asignatura de Didáctica del Cálculo

*El Cálculo y su Enseñanza*

*ISSN: 2007-4107 (electrónico)*

**Camilo Andrés Rodríguez Nieto**

camiloarodriguez@mail.uniatlantico.edu.co

**Paula Andrea Romero Sierra**

pandrearomero@mail.uniatlantico.edu.co

**Natalia Carolina Otero Domínguez**

ncotero@mail.uniatlantico.edu.co

**Nayelis Vega Del Castillo**

ncvega@mail.uniatlantico.edu.co

**Universidad del Atlántico Colombia**

***Recibido:*** 9 noviembre de 2022

***Aceptado:*** 13 diciembre de 2022

***Autor de Correspondencia:***
**Camilo Andrés Rodríguez Nieto**



**Resumen:** Se analizaron las conexiones matemáticas que establece un futuro profesor de matemáticas cuando resuelve un problema de aplicación sobre derivadas. El estudio se fundamentó en la Teoría Ampliada de las Conexiones (TAC) y la metodología fue cualitativa desarrollada en tres etapas: 1) selección de los participantes, 2) realización de una observación participante en un curso de Didáctica del Cálculo en una Universidad pública colombiana, 3) ejecución de un análisis temático de los datos. Los principales resultados muestran que el futuro profesor estableció conexiones orientadas a la instrucción, significado, modelado, procedimental, características, representaciones diferentes e implicación, con el fin de resolver y explicar un problema de aplicación sobre el volumen de una caja y son la evidencia especial de su comprensión. Es importante que tanto el profesor como los estudiantes fomenten las conexiones al momento de resolver problemas y reflejen alto nivel de comprensión de los conceptos de Cálculo.

**Palabras clave:** Aplicación de derivadas, Conexiones matemáticas, Educación Matemática, Profesores.

**Abstract:** The mathematical connections established by a pre-service mathematics teacher when solving an application problem on derivatives were analyzed. The study was based on the Extended Theory of Connections (ETC) and the methodology was qualitative developed in three stages: 1) selection of participants, 2) performance of a participant observation in a Calculus Didactics course in a Colombian public University, 3) execution of a thematic analysis of the data. The main results show that the future teacher established connections oriented to instruction, meaning, modeling, procedural, feature, different representations and, implication, in order to solve and explain an application problem about the volume of a box and are the special evidence of your understanding. It is important that both the teacher and the students foster connections when solving problems and reflect a high level of understanding of Calculus concepts.

**Keywords:** Application of derivatives, Mathematical connections, Mathematics Education, Teachers.

## 1. Introducción

El establecimiento de conexiones matemáticas es importante para comprender conceptos matemáticos y a su vez, es un tema vigente en la investigación en el área de la Educación Matemática (Berry y Nyman, 2003; Rodríguez-Nieto et al., 2022). Además, "su importancia radica, entre otras cosas, porque favorecen la integración del conocimiento y la interdisciplinariedad, son útiles para resolver problemas de aplicación y problemas no matemáticos, además de que son fundamentales para lograr la compresión matemática" (García-García, 2019, p. 129). Las conexiones matemáticas se consideran relevantes en los planteamientos curriculares, donde se ha sugerido establecer relaciones o vínculos entre conceptos matemáticos. También, el Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006) manifiesta que las matemáticas se deben abordar teniendo en cuenta el contexto sociocultural de los estudiantes y profesores, lo que implícitamente se refiere a conexiones extramatemáticas. En los Derechos básicos de aprendizaje (DBA) (MEN, 2017) se fomenta el uso de las conexiones desde las edades tempranas y no solo en temas de Cálculo, sino entre los sistemas de medida, trigonometría, relaciones entre tablas y gráficos, entre otro. Otros currículos internacionales asumen a las conexiones como una competencia básica útil para resolver diversos problemas (Departament D'Ensenyament, 2017; NCTM, 2000).

Así como las conexiones son importantes en los currículos, también es esencial reconocer el papel de las conexiones en la investigación, por ejemplo, Dolores-Flores y García-García (2017) identificaron las conexiones que un grupo de estudiantes universitarios establecen al resolver problemas matemáticos teniendo en cuenta contexto, destacando *conexiones intramatemáticas* que "se establecen entre conceptos, procedimientos, teoremas, argumentos y representaciones matemáticas entre sí" (Dolores-Flores y García-García, 2017, p. 160), y *conexiones extramatemáticas* donde se "establece una relación de un concepto o modelo matemático con un problema en contexto (no matemático) o viceversa" (Dolores-Flores y García-García, 2017, p. 161). Igualmente, García-García (2019) plantea la importancia de hacer conexiones matemáticas, de manera que está encaminada a resaltar y demostrar el valor fundamental que poseen las conexiones en el campo de las matemáticas a la hora de enfrentarse a problemas matemáticos.

Businskas (2008) analizó las conexiones realizadas por profesores de secundaria en la resolución de tareas que implican a la ecuación y función cuadrática, donde se encontró que los profesores se refirieron a la enseñanza de las matemáticas y consideraron que las matemáticas son una red de conceptos interconectados. García-García y Dolores-Flores (2021) enfatizaron en las conexiones matemáticas que realizan estudiantes preuniversitarios, asumiendo dichas conexiones matemáticas como un proceso cognitivo por medio del cual los estudiantes pueden asociar dos o más ideas. Asimismo, Rodríguez-Nieto et al. (2021a) abordaron la calidad de las conexiones intramatemáticas en estudiantes universitarios mexicano al momento de realizar tareas con derivadas enfatizando en las representaciones, significados y expresiones metafóricas que ellos mencionan como ideas intuitivas. Campo-Meneses y García-García (2020) exploraron las conexiones matemáticas de estudiantes universitarios cuando resuelven tareas sobre la función exponencial y logarítmica, lo cual invita al establecimiento de conexiones principales de reversibilidad.

Rodríguez-Nieto et al. (2021b) analizaron las conexiones matemáticas de un estudiante al resolver problemas sobre la derivada evidenciándose múltiples relaciones entre representaciones y significados del mismo concepto, pero también un estudiante presentó dificultades para usar el significado de la derivada como la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto. Además, Rodríguez-Nieto y Alsina (2022) articularon la etnomatemática, la educación STEAM y el enfoque globalizado para analizar las conexiones en diversas prácticas cotidianas que se conectan externamente enfatizando en la actividad de medir de los campesinos, albañiles, artesanos con madera, etc. Rodríguez-Nieto et al. (2022) extendieron el modelo de conexiones de Businskas (2008) con la conexión de tipo metafórica, la cual fue útil para para reconocer que en las explicaciones de los profesores de matemáticas existen expresiones metafóricas que activan la metáfora conceptual la gráfica es un camino, particularmente cuando mencionaba que la función es continua cuando se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel. En este mismo contexto, Vanegas et al. (2017) resaltan la importancia de las conexiones intramatemáticas y extramatemáticas usadas por los futuros docentes en la implementación y análisis de la práctica escolar matemática. Caviedes-Barrera et al. (2019) afirmaron que, la mayoría de futuros profesores privilegian el uso de procedimientos numéricos y el uso de fórmulas (mecanizado), ignorando procedimientos geométricos e intuitivos necesarios para cuantificar el área.

Otro foco de atención en esta investigación es el Cálculo diferencias, en especial el concepto derivada el cual es complejo pero a la vez interesante porque es usando en matemáticas y en otras asignaturas tales como: la biología, la química, la economía, las ingenierías, la medicina, etc. (Dolores-Flores, 2013; Reveles-Gamboa et al., 2022). En esta línea, la derivada se ha estudiado en Dray et al. (2019) quienes describen una nueva perspectiva acerca del concepto derivada en términos de experimentos, para ir junto con las representaciones simbólicas, gráficas, verbales y numéricas tradicionales, la cual le permita al estudiante una mejor aprensión del conocimiento permitiendo una mejor transición de conocimientos. También, Fuentealba et al. (2019) manifestaron la complejidad presentada en la comprensión del concepto de derivada, mostrando que se llega a alcanzar en cierta cantidad de estudiantes universitarios solo una parcial construcción del concepto de derivada presentada en subniveles desde la teoría APOE. Asimismo, Gonzales-García et al. (2018) reportaron los errores que cometen los estudiantes que no les permiten comprender la derivada, por ejemplo: cuando realizaban un cálculo, cometieron algunos errores con el manejo del lenguaje algebraico (cambios de signos, simplificaciones mal resueltas, etc.), permitiéndonos ver que algunos de los estudiantes no han comprendido el concepto de límite, ya que confunden el límite de una función en un punto con el valor de la función en el punto. Haghjoo y Reyhani, (2021) resaltan la importancia de la derivada en la aplicación de muchas ciencias. Asimismo, manifiesta el bajo nivel de compresión de los estudiantes frente al concepto de derivada, además, sus erróneos conceptos de dicho tema.

De la literatura revisada se ha reconocido que las investigaciones reportan diversas dificultades tanto de los estudiantes como de algunos profesores para comprender el concepto derivada (Fuentealba et al., 2019; Pino-Fan et al., 2017; Rodríguez-Nieto et al., 2021a; 2021b; 2021c) pero esto es causado porque en muchos casos no realizan algunas conexiones necesarias al momento de resolver un determinado problema (tareas intra o extramatemáticas), en especial cuando se trata de las dificultades para conectar múltiples representaciones de funciones, derivadas y sus significados parciales (Amaya, 2020; Pino-Fan et al., 2015; 2018; Pino-Fan et al., 2017; Sari et al., 2018; Vargas et al., 2020). Por tal motivo, el objetivo de esta investigación es *analizar las conexiones matemáticas que establece un futuro profesor de matemáticas (FPM) cuando resuelve un problema de aplicación sobre derivadas*.

# 1. Fundamento teórico

## 2.1 Conexiones matemáticas de la TAC

Una conexión matemática se entiende como "un proceso cognitivo a través del cual una persona relaciona dos o más ideas, conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos, representaciones y significados entre sí, con otras disciplinas o con la vida real" (García-García y Dolores-Flores, 2018, p. 229). A continuación, se muestran los tipos de conexiones (Figura 1). Adicionalmente, en momentos de análisis de datos se debe tener en cuenta que, "las conexiones matemáticas emergen cuando los estudiantes resuelven tareas específicas y pueden identificarlas en sus producciones escritas o en los argumentos orales o mímicos que desarrollan" (García-García y Dolores-Flores, 2018, p. 229).

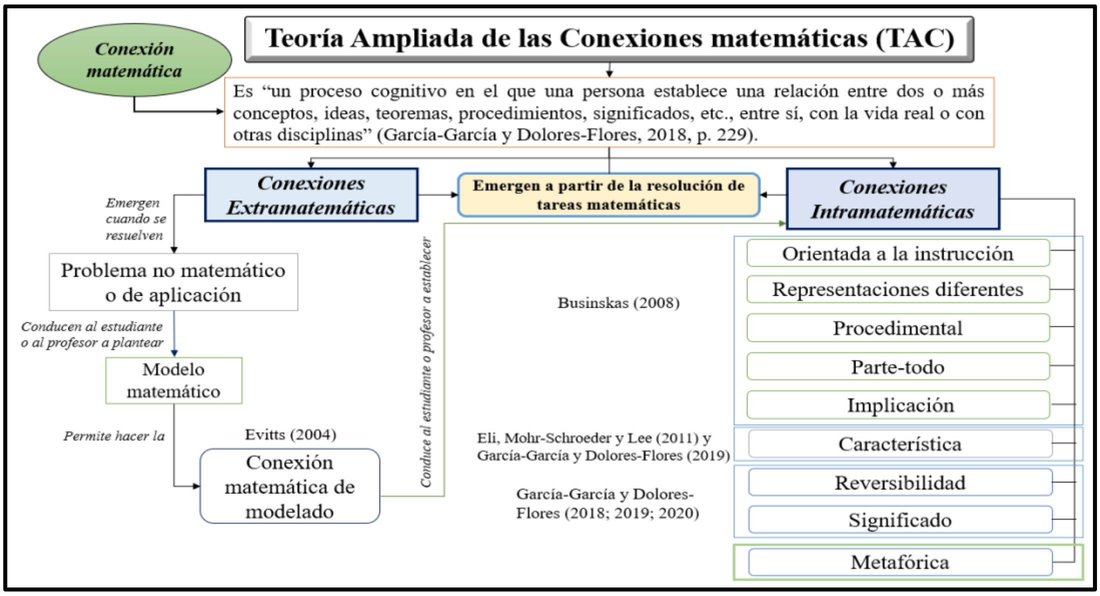


*Figura 1.* Síntesis de la TAC

Fuente: adaptado de García-Garía y Dolores-Flores (2020) y Rodríguez-Nieto et al. (2021).

1) Conexión de modelado: son relaciones entre las matemáticas y la vida real y se evidencian cuando el sujeto resuelve problemas no matemáticos o de aplicación donde tiene que plantear un modelo o expresión matemática (Evitts, 2004).

2) Conexión orientada a la instrucción: se refiere a la comprensión de un concepto C con base en dos o más conceptos previos A y B, requeridos para ser entendidos por un estudiante. Además, estas conexiones se pueden identificar de dos formas: 1) la asociación de un nuevo tema con conocimientos previos, y, 2) los conceptos y procedimientos matemáticos conectados entre sí se consideran prerrequisitos o habilidades que los estudiantes deben dominar antes del desarrollo de un nuevo concepto (Businskas, 2008).

3) Conexión de representaciones diferentes: son identificadas cuando el sujeto representa los objetos matemáticos usando representaciones equivalentes y alternas. Las *equivalentes* son transformaciones de representaciones de un mismo registro.

Las *alternas* se refieren a representaciones de un mismo objeto donde se cambia el registro en el cual fueron formadas (gráfica-algebraica) (Businskas, 2008).

4) Conexión procedimental: se identifican cuando un sujeto usa reglas, algoritmos o fórmulas para o resolver una tarea matemática. Este tipo de conexión son de la forma: A es un procedimiento para trabajar con un concepto B (Businskas, 2008; García-García y Dolores-Flores, 2019).

5) Conexión parte-todo: se presenta cuando las relaciones lógicas se establecen en las dos formas siguientes: 1) La relación de generalización es de la forma $A$ y es una generalización de $B$ y $B$ es un caso particular de $A$ (Businskas, 2008); 2) La relación de inclusión viene dada cuando un concepto matemático está contenido en otro.

6) Conexión de implicación: se identifican cuando un concepto $\boldsymbol{P}$ conduce a otro concepto $\boldsymbol{Q}$ por medio de una relación lógica ($\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$) (Businskas, 2008).

7) Conexión de característica: se identifica cuando la persona expresa algunas características de los conceptos o describe sus propiedades en términos de otros conceptos que lo hacen diferentes o similar a los otros (Eli et al., 2011; García-García y Dolores-Flores, 2019).

8) Conexión de reversibilidad: se presentan cuando un sujeto empieza desde un concepto $A$ para obtener un concepto $B$ e invertir el proceso, empezando desde $B$ hasta retornar a $A$ (García-García y Dolores-Flores, 2019).

9) Conexión de significado: se identifica cuando un sujeto "atribuye un sentido a un concepto matemático, es decir, lo que significa para él [...]. Incluye aquellos casos en los que un estudiante da una definición que él o ella ha construido para estos conceptos" (García-García y Dolores-Flores, 2019).

10) Conexión metafórica: Entendidas como la proyección de las propiedades, características, etc. Un dominio conocido (relacionado con las experiencias corporales de una persona) para estructurar otro dominio menos conocido (abstracto de las matemáticas) (Rodríguez-Nieto et al., 2020).

En Rodríguez-Nieto et al. (2022) surge la conexión metafórica teniendo en cuenta la teoría de la metáfora y su clasificación en: 1) Metáforas de tipo *Grounding* que relacionan un dominio objetivo dentro de las matemáticas con un dominio fuente fuera de ellas. 2) Metáforas de tipo *Linking* donde se mantienen los dominios de origen y destino dentro de las matemáticas e intercambian propiedades entre diferentes campos matemáticos (Lakoff y Núñez, 2000). En este contexto, de acuerdo con Rodríguez-Nieto et al. (2022): Esta variedad de conexiones metafóricas nos lleva a proponer la metáfora como una nueva categoría de conexión que puede expandir tanto las conexiones intramatemáticas como las extramatemáticas. Sin embargo, podríamos preguntarnos si las metáforas grounding son un nuevo tipo de conexión extramatemática. Si bien las metáforas grounding podrían considerarse conexiones extramatemáticas, no son el tipo de conexiones especificadas en la literatura sobre conexiones extramatemáticas (Dolores-Flores y García-García, 2017). Es común pensar en modelado y contextualización cuando se habla de este tipo de conexiones; esencialmente, uno está pensando en una relación particular-general donde un contexto extramatemático se encuentra debajo del dominio de una noción matemática (p. 1251). Es decir, cuando se refiere a conexiones metafóricas de tipo graunding son extramatemáticas y las conexiones metafóricas de tipo linking son intramatemáticas.

## 2.2 La derivada

Ruiz y Barrantes (1996) hace referencia a la definición general de la derivada en términos del concepto de límite: Sea $f$ una función y sea $c$ un número en el dominio de $f$, se llama derivada de $f$ en $x = c$ al límite $\lim\limits_{x \to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$ si este límite existe. Si el límite no existe se dice que la función no es derivable en $x = c$. Como ya sabemos, la derivada de $f$ en $x = c$ se denota por $f'(c)$ . Esto es, $f'(c) = \lim\limits_{x \to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$. Además, Se puede utilizar alternativamente cualquiera de los dos límites para calcular derivadas. Observe que esta segunda forma no hace referencia explícita a la variable independiente $x$ de la función. Esto hace más fácil escribir la siguiente definición: Sea $f$ una función y suponga que la derivada de $f$ existe para todo $x$ en un cierto dominio. Si a cada $x$ le asociamos la derivada $f'(x)$ se obtiene una nueva función $f'$ que se llama función derivada de $f$ y tenemos $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

Geométricamente la derivada de $f$ en $a$ es: "la recta tangente a $y = f(x)$, en $(a, f(a))$, es la recta que pasa por $(a, f(a))$ cuya pendiente es igual a $f'(a)$" (STEWART, 1999, p. 152). A continuación, en la Figura 2 se muestra la representación gráfica de la interpretación geométrica de la derivada.

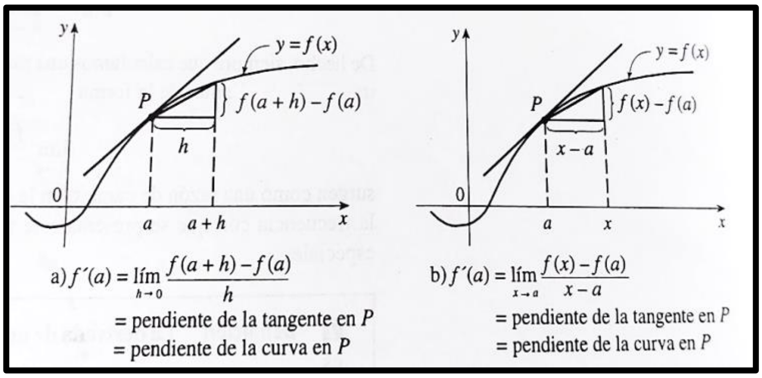


*Figura 2.* Interpretación geométrica de la derivada
Fuente: Stewart (1999, p. 152)

## 2. Metodología

Esta investigación fue cualitativa descriptiva desarrollada en tres etapas 1) se seleccionaron los participantes, 2) se realizó una observación participante a un estudiante universitario y a su profesor, cuándo resolvían y explicaban en un problema de aplicación, 3) se analizaron los datos por medio de un análisis temático fundamentado en las conexiones matemáticas a priori.

### 3.1 Participantes

En este estudio participó una futura profesora de matemáticas (FPM) con veintiséis años de edad que cursaba sexto semestre de Licenciatura en Matemáticas en una Universidad pública ubicada en el departamento del Atlántico, Colombia. Asimismo, se consideró la participación voluntaria de su profesor (P) quien identificaba las conexiones de manera simultánea cuando el FPM resolvía problemas en la pizarra. Cabe destacar que, FPM y P se encontraban en un aula donde recibían clases otros 15 futuros profesores pero no fueron tenidos en cuenta para este estudio.

### 3.2 Recolección de datos

Los datos se recolectaron por medio de la aplicación de una observación participante (Cohen et al., 2018) durante una clase de la asignatura Didáctica del Cálculo, en la cual la FPM resolvió un problema de aplicación y su profesor titular (P) analizó las conexiones matemáticas de manera simultánea. La observación fue video grabada, se tomaron notas de campo y fotografías clave como la producción escrita de la pizarra (Figura 3). Cabe destacar que, el problema de aplicación es el siguiente: *Se dispone de 1200cm² de material* *para hacer una caja con base cuadrada y sin tapa, encuentra el máximo volumen de la caja*.

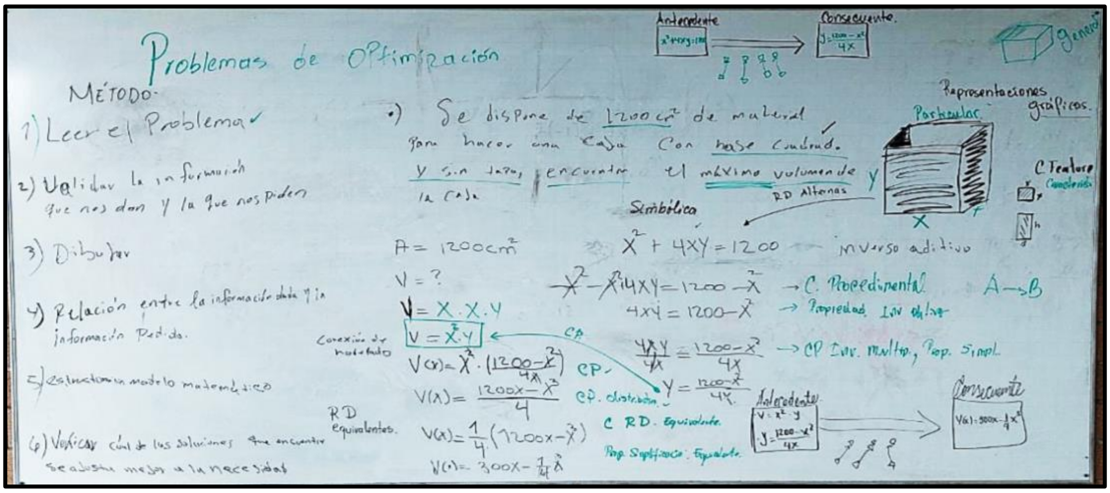


*Figura 3.* Producción escrita de la FPM.
Fuente: Elaboración propia

### 3.3 Análisis de datos

Para analizar los datos se usó el método de análisis temático propuesto por Braun y Clarke (2006), el cual permite hacer análisis detallado, encontrar patrones de respuestas y/o palabras clave que, para los propósitos de esta investigación sugieren un tipo de conexión matemática presentada en el marco teórico a priori. Este análisis consta de seis fases que inician desde la familiarización de los datos hasta un reporte de resultados (ver Tabla 1).

**Tabla 1.**

***Fases del análisis temático (Fuente: Braun y Clarke (2006)***

| | Fases | Descripción |
|---|---|---|
| 1 | Familiarización con los datos | Transcripción de datos (si es necesario), lectura de datos y anotación de ideas iniciales. |
| 2 | Generación de códigos iniciales | Codificar características interesantes de los datos de manera sistemática en todo el conjunto de datos, recopilando datos relevantes para cada código. |
| 3 | Búsqueda de temas | Recopilación de códigos en temas potenciales y recolección de todos los datos relevantes para cada tema potencial. |
| 4 | Revisión de temas | Verificar si los temas funcionan en relación con los extractos codificados y todo el conjunto de datos, generando un conjunto de temas que se consideran como conexiones matemáticas. |

| | | |
|---|---|---|
| 5 | Definiendo y nombrando temas | Análisis continúo para refinar los detalles de cada tema y la historia general que cuenta el análisis, generando definiciones y nombres claros para cada tema. |
| 6 | Producción del reporte | La oportunidad final para el análisis. Selección de ejemplos de extractos vívidos y convincentes, análisis final de extractos seleccionados, relacionar el análisis con la pregunta de investigación y la literatura, producir un informe académico del análisis. |

Para mostrar la operatividad del marco teórico se presenta un ejemplo de análisis de datos. En contexto, en la primera fase se transcribieron las voces de los participantes con objetivo de lograr una familiarización con los datos (ver extracto de la transcripción).

> FT: Buenos días, en el día de hoy retomaremos la exposición que hicimos la clase pasada. Yo iniciaré con problemas de optimización, para ello, hay que recordar un poco de lo que se habló en la clase pasada, porque hay que tenerlo en cuenta (la primera derivada y la segunda derivada). La primera derivada de una función es la pendiente de la recta tangente a la gráfica, a la curva en un punto.
>
> FT: También dijimos que, si la primera derivada es igual a cero y la segunda derivada es mayor que cero, entonces, f alcanza un mínimo local y, que, si la primera derivada es igual a cero y la segunda derivada es menor que cero entonces, f alcanza un máximo local. Ya es como para ponernos en contexto (…) (Diálogo de la FPM, 2022).

En la segunda fase se identificaron códigos iniciales (C), por ejemplo, el pre-service mathematics teacher (PMT) enunció que debía considerar conocimientos previos para abordar los problemas de aplicación (C1) y manifestó que requiere de la derivada entendida como la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto, lo cual es un significado de este concepto (C2). Seguidamente, en el proceso de instrucción el PMT le comunicó a sus compañeros de la clase que deberían recordar que dos criterios (ver el extracto de la transcripción anterior), donde se reconoció que, si la primera derivada es igual a cero y la segunda derivada es mayor que cero, entonces, f alcanza un mínimo local (C3) y si la primera derivada es igual a cero y la segunda derivada es menor que cero entonces, f alcanza un máximo local (C4). De esta manera se leyó toda la transcripción y se identificaron los códigos. En la tercera fase, se reconocieron similitudes o aires de familia entre códigos permitiendo agruparlos y constituir un subtema asociado a significados o bien a los criterios mencionados sobre la relación de implicación entre la derivada y la función (C3 y C4). Luego, se forma un tema fundamentado por una categoría de conexión matemática considerada a priori, por ejemplo, la conexión de implicación ($P \rightarrow Q$). En la cuarta fase, se revisaron los temas con un investigador experto en conexiones matemáticas, para fomentar un proceso triangulación, donde el experto afirmó que la coincidía con la codificación y temas reconocidos por los investigadores o autores del artículo. Cabe destacar que, el experto sostuvo que en el transcurso de la explicación de la FPM predominaba la conexión orientada a la instrucción y en medio de esta, se manifestaban los otros tipos de conexiones (significado, implicación, diferentes representaciones, entre otras).

En la quinta fase, se refinaron los temas y finalmente, se les dio un nombre acorde con alguna de las categorías de conexiones. Por último, la sexta fase se presenta de manera explícita en la sección 4 de resultados, mostrándose todos los tipos de conexiones matemáticas y sus respectivos esquemas.

## 3. Resultados

En este apartado se presentan las conexiones matemáticas activadas por la FPM e identificadas por el P, las cuales emergieron en la aplicación de un método de resolución propuesto por la FPM: 1) leer el problema, 2) validar la información que nos dan y que nos piden, 3) dibujar, 4) relación entre la información dada y la información pedida, 5) estructurar un modelo matemático y 6) verificar cuál de las soluciones que encuentra se ajusta mejor a la necesidad (ver pizarra en la Figura 3).

### 4.1 Conexión matemática orientada a la instrucción

La conexión orientada a la instrucción se evidenció cuando la FPM mencionó algunos conceptos previos que deben tener en cuenta como requisitos para resolver problemas de aplicación. Particularmente, mencionó que se debe tener en cuenta conocimientos trabajados en las exposiciones sobre funciones de variable real y fórmulas de derivación "*esta es mi función del volumen, entonces* $V(x) = 300x - \frac{1}{4}x^3$ *cómo queda, recordando las exposiciones pasadas sé cómo hay que derivar, usando una de las reglas*". Además, se reconoce que al realizarse este tipo conexión surgen otras conexiones, por ejemplo, la de significado, implicación, modelado, entre otras como sucede en el C41.

### 4.2 Conexión matemática de tipo significado

Este tipo conexión fue activada por parte de la FPM cuando en medio de la explicación mencionó que la derivada (antecedente) se entiende como la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto (consecuente), lo cual se refiere al significado geométrico de la derivada (Figura 4).

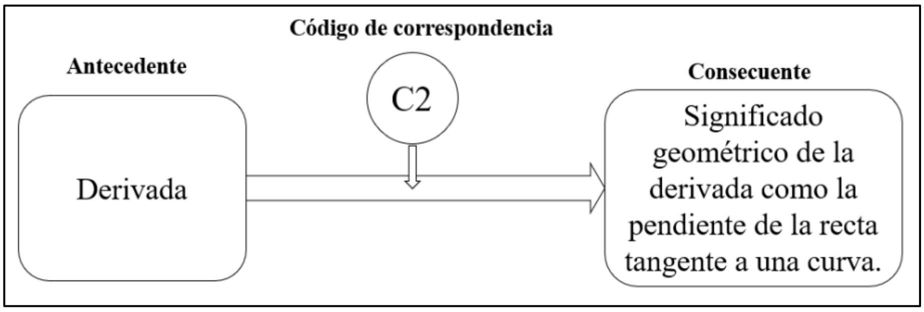


*Figura 4.* Esquema de la conexión matemática de significado
Fuente: Elaboración propia.

Es importante que la FPM establezca conexiones orientadas a la instrucción porque evidencia que en su práctica como profesor en servicio buscará que sus estudiantes mantengan activados sus conocimientos previos para el aprendizaje de nuevos conceptos. De hecho, para que los estudiantes hagan conexiones, sus profesores deben realizarlas con anterioridad en el desarrollo de las clases (Kaur y Lam, 2012; NCTM, 2000; Özgen, 2013).

**4.3 Conexión matemática de tipo implicación**

La activación de este tipo de conexión la cual realizó la FPM en medio de su explicación manifestó a cerca de la primera y segunda derivada refiriendo que si la primera derivada es igual a cero y la segunda derivada es menor que cero (antecedente). Entonces, alcanza un mínimo local (consecuente) y que si la primera derivada es igual a cero y la segunda derivada es menor que cero (antecedente). Entonces alcanza un máximo local (consecuente) (Figura 5).

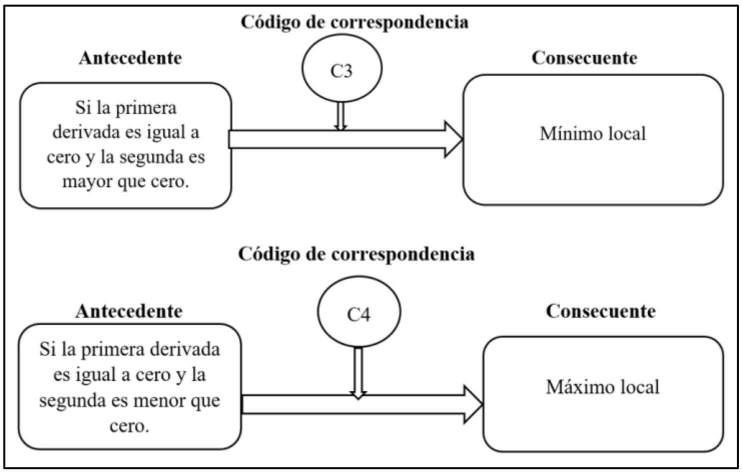


*Figura 5.* Esquemas de las conexiones matemáticas de tipo implicación
Fuente: Elaboración propia

Este tipo de conexiones matemáticas son necesarias que el estudiante o profesor las establezcan porque son el fundamento conceptual que se debe tener para el estudio de máximos y mínimos de funciones o bien, aplicados en situaciones problemas de la vida real. Para identificar este tipo de conexiones, la primera forma lingüística propuesta por Selinski et al. (2014), quien enfatizó que "un estudiante hace una conexión con una implicación lógica explícita. Las implicaciones lógicas se usaron para escribir si-entonces o para vincular palabras como cuándo, por qué, debería, etcétera" (p. 559).

### 4.4 Conexión matemática de tipo modelado

Posteriormente, en consonancia con la actividad matemática de la FPM, se identificó la conexión matemática de tipo modelado, cuando usó la fórmula del volumen es $V = Largo * Ancho * Alto$ (antecedente) y la relacionó con los datos de la situación problema: $V = x^2 \cdot y$ (consecuente), donde $x$ es la longitud de los lados de la base cuadrada con área igual a $x^2$ que al multiplicarla por la altura $y$ se encuentra el volumen (ver Figura 6).

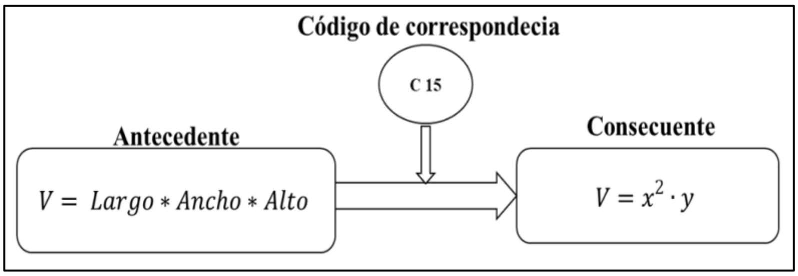


*Figura 6.* Esquema de la conexión matemática de modelado
Fuente: Elaboración propia

En este sentido, con el modelo matemático $V = x^2 \cdot y$ se puede emprender un procedimiento para hallar la solución del problema. No obstante, se debe buscar el valor de $y$.

### 4.5 Conexión matemática de tipo procedimental

En este apartado se presentan las conexiones de tipo procedimental usadas para hallar el valor de $y$, donde se consideró $x^2 + 4xy = 1200$ (antecedente) y se emprendió un camino para llegar a $y = \frac{1200-x^2}{4x}$ (consecuente), donde se realizaron otros procedimientos tales como: la propiedad del inverso aditivo de $x^2$(C21), el inverso multiplicativo de $4x$ (C23) (Figura 7).

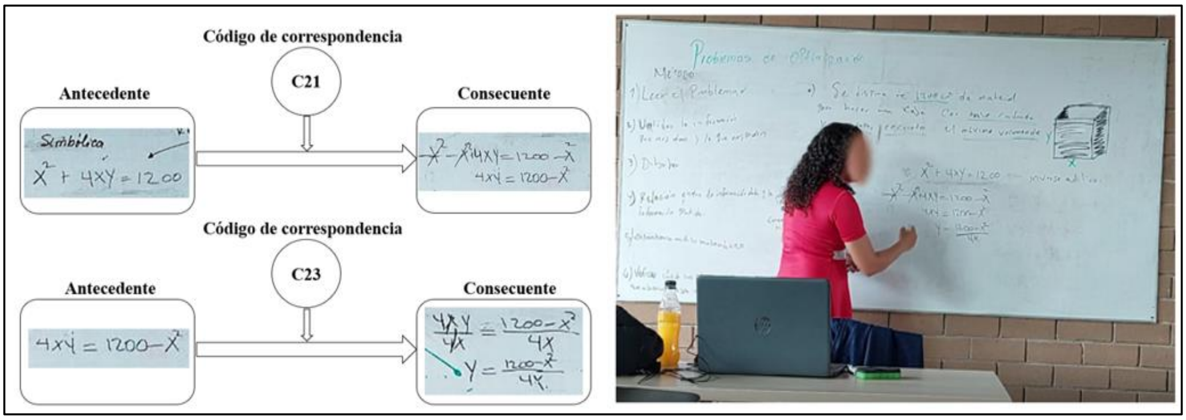


*Figura 7***.** Esquema de la conexión matemática procedimental

Fuente: Elaboración propia

Cabe destacar que, en simultáneo con las conexiones de tipo procedimental se reconocieron otras conexiones de tipo representaciones diferentes equivalentes dado que se le aplicaron tratamientos a la expresión $x^2 + 4xy = 1200$ hasta obtener $y = \frac{1200-x^2}{4x}$. Asimismo, el tipo de registro de representación no se modificó, sino que se mantuvo en el registro algebraico o simbólico.

Otras conexiones de tipo procedimental se identificaron cuando la FPM usó la fórmula para derivar la función potencia, como se presenta en el siguiente extracto de la transcripción o C41.

> FPM: Esta es mi función del volumen, entonces $\mathrm{V(x)} = 300\mathrm{x} - \frac{1}{4}\mathrm{x}^3$ cómo queda, recordando las exposiciones pasadas sé cómo hay que derivar, usando una de las reglas (derivada de una potencia $((\mathrm{x}^\mathrm{n})' = \mathrm{nx}^{\mathrm{n}-1})$ entonces la derivada resulta $\mathrm{V}'(\mathrm{x}) = 300 - \frac{3}{4}\mathrm{x}^2$, donde el exponente se baja y se le resta uno y el exponente se multiplica con la constante que en este caso es $\frac{3}{4}$ (ver Figura 8) (Diálogo de la FPM, 2022)

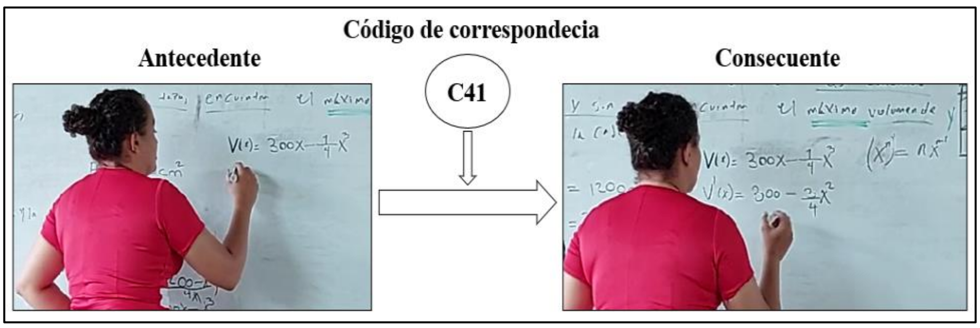


*Figura 8.* Conexión procedimental: uso de la fórmula para derivar la función potencia

Fuente: Elaboración propia.

Luego, la FPM hizo otras conexiones de tipo procedimental donde consideró los inversos aditivos y multiplicativos y propiedades de las raíces para hallar el valor de $x$ (Figura 9).

**Código de correspondecia**

**C43**

Es porque este lo que dije al principio de que necesitamos de que la primera derivada sea igual a cero y que la segunda derivada si es mayor que cero es un mínimo o si es menor que cero es un máximo entonces vamos buscar un máximo necesitamos igualarla a cero y quedaría así $300 - \frac{3}{4}x^2 = 0$.

**Antecedente**

$$300 - \frac{3}{4}x^2 = 0$$
$$4 \cdot 300 - (4)\frac{3}{4}x^2 = 0 \cdot 4$$

**Consecuente**

$$1200 - 3x^2 = 0$$
$$-1200 + 1200 - 3x^2 = 0 - 1200$$

**Código de correspondecia**

**C44**

Exactamente entonces esto lo multiplique por 4, $4 \cdot 300 - 4 \cdot \frac{3}{4}x^2 = 0 \cdot 4$ y quedaría de esta manera: $1200 - 3x^2 = 0$

**Antecedente**

$$-3x^2 = -1200$$
$$\frac{-3}{-3}x^2 = \frac{-1200}{-3}$$

**Consecuente**

$$x^2 = \frac{-1200}{-3}$$
$$X^2 = 400$$

**Código de correspondecia**

**C 45**

Hacemos lo mismo ponemos $1200 - 1200 - 3x^2 = 0 - 1200$ y nos queda $-3x^2 = -1200$ y nuevamente ponemos el inverso pero ahora multiplicativo $\frac{-3}{-3}x^2 = \frac{-1200}{-3}$ y esto nos quedaría $x^2 = \frac{-1200}{-3}$ esto nos quedaría $x^2 = 400$, entonces como queremos saber es a $x$ y tenemos $x^2$, bueno normalmente se dice que entonces se eleva al cuadrado y se pone 400 ya. Pero esto es la propiedad de la igualdad ponemos raíz a los dos lados de la igualdad $\sqrt{x^2} = \sqrt{400}$ entonces queda $x = \pm 20$, entonces $x = 20$.

**Antecedente**

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{400}$$
$$x = \pm 20$$

**Consecuente**

$$x = 20$$

*Figura 9.* Conexiones de tipo procedimental para hallar el valor de *x*

Fuente: Elaboración propia

Una vez la FPM obtiene el valor de $x$, por medio de una conexión procedimental sustituye $x = 20$ en la función volumen $V(x) = 300x - \frac{1}{4}x^3$ resultado que $V = 4000\ cm^3$ (Figura 10).

**Código de correspondecia**

C46
C47

**Antecedente**

$$V(x) = 300x - \frac{1}{4}x^3$$
$$V(20) = 300(20) - \frac{1}{4}(20)^3$$

**Consecuente**

$$V(20) = 4000\ cm^3$$

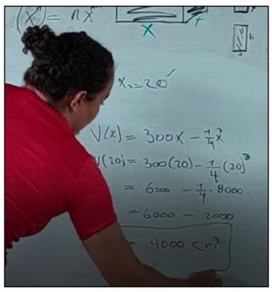

*Figura 10.* Conexión procedimental para hallar el valor del volumen.

Fuente: Elaboración propia

Con el fin de verificar el procedimiento realizado, la FPM halló la segunda derivada por medio de la conexión procedimental y representaciones diferentes de tipo equivalentes (ver Figura 11) y afirmó que:

> FPM: "¿Cómo lo verificamos? Dijimos que si la segunda derivada es menor que cero entonces, eso es un máximo local. Entonces la segunda derivada que es la que vamos hacer, hacemos lo mismo de acá con la regla de derivada tenemos la primera derivada que es $\mathrm{V}'(\mathrm{x}) = 300 - \frac{3}{4}\mathrm{x}^2$ y nos queda este esto $\mathrm{V}''(\mathrm{x}) = -\frac{6}{4}\mathrm{x}$ es equivalente a esto $\mathrm{V}''(\mathrm{x}) = -\frac{3}{2}\mathrm{x}$." (Diálogo de la FPM, 2022).

Además, evalúa la segunda derivada $V''(x) = -\frac{3}{2}x$ en $x = 20$ para corroborar que es menor que cero dado que resulta $V''(x) = -30$ (ver Figura 11).

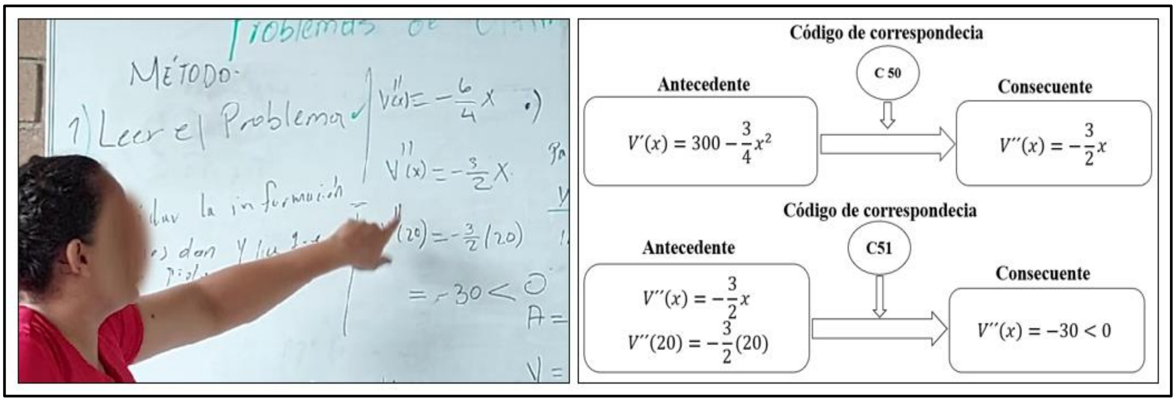


*Figura 11.* Conexión procedimental usando la segunda derivada.

Fuente: Elaboración propia

**4.6 Conexión matemática de tipo representaciones diferentes**

Este tipo de conexión se reconoció en la explicación de la FPM mientras desarrollaba su actividad, por ejemplo, en C12 y C19 se muestran representaciones de tipo gráfica y simbólica (Figuras 3 y 12).

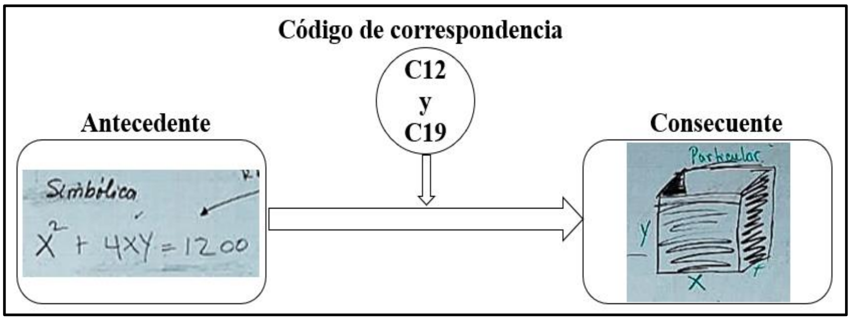


*Figura 12.* Conexión de tipo representaciones diferentes alternas.

Fuente: Elaboración propia

Además, se manifiestan conexiones matemáticas de tipo representaciones equivalentes en los temas activados por los códigos C16 y C25, específicamente cuando expresa que $V = x \cdot x \cdot y$ (antecedente) es lo mismo que decir $V = x^2 \cdot y$ (consecuente). Luego, la FPM enuncia y escribe que $\frac{1}{4}(1200 - x^3)$ (antecedente) se puede reescribir como $300x - \frac{1}{4}x^3$(consecuente) (Figuras 13).

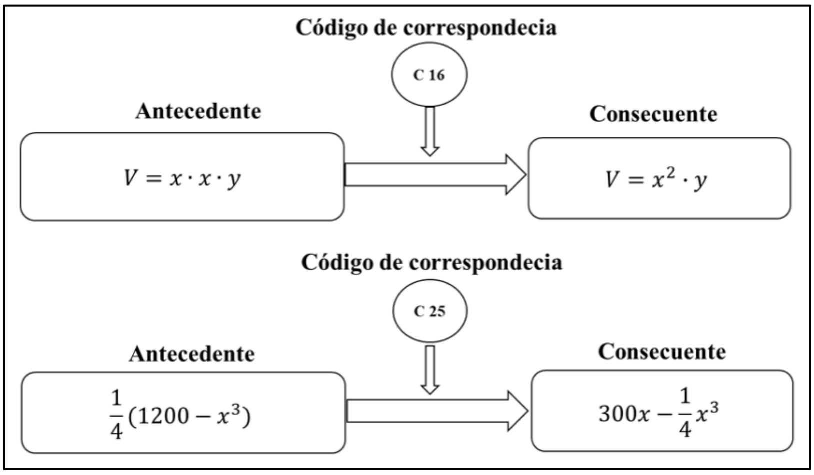


*Figura 13.* Esquema de conexiones matemáticas de representaciones diferentes.

Fuente: Elaboración propia

Más adelante, la FPM realizó otras conexiones matemáticas de tipo representaciones diferentes. Cuando manifiesta en C50 que $-\frac{6}{4}x$ (antecedente) se puede escribir como $-\frac{3}{2}x$ (consecuente) (Figura 14).

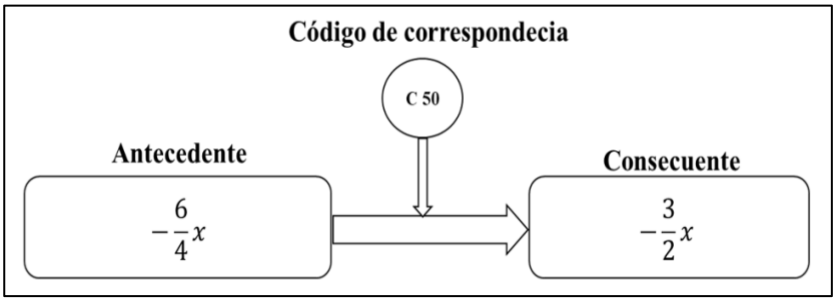


*Figura 14.* Conexión matemática de tipos representaciones diferentes equivalentes.

Fuente: Elaboración propia

**4.7 Conexión matemática de tipo característica**

En la conexión de tipo característica se dio el proceso de activación por la FPM cuando en un punto de su explicación toma en C13, C14, C18 y C19 ciertas características de la caja tales como: que no tiene tapa, que su base escuadrada, que tiene 4 caras las cuales tienen par de lados iguales, entre otros (antecedente) concluyendo con esa información de que el área total de la caja es $A = x^2 + 4xy$ (consecuente) (ver extracto de la transcripción y la Figura 15).

> FPM: Estoy leyendo, el primer paso, cierto, entonces vamos a volverlo a leer dice: Se dispone de 1200cm² de material para hacer una caja con base cuadrada y sin tapa, encuentra el máximo volumen de la caja, ya lo leímos.
>
> FPM: Ese 1200cm² es el Área que tenemos, ahora vamos a dibujar una caja (dibuja la caja en la pizarra).
>
> FPM: Entonces, nos están diciendo que esta base de aquí abajo (señala en el dibujo) es cuadrada cierto, como esto no tiene datos, no tiene números. Entonces vamos a ponerle nosotros valores pero como no sabemos su valor como tal le vamos a ponerles incógnitas de $x$ y de $y$ entonces, vamos a ponerle $x$ y vamos a ponerle $y$, ya tenemos esa información de que esto de aquí.
>
> FPM: (Señalando la parte de debajo de la caja) abajo todo es $x, x, x, x$, porque es un cuadrado y todos sus lados son iguales (características del objeto matemático cuadrado), y sin tapa ya sabemos que esto de aquí no tiene nada no hay que ponerle valor. Listo, esta es la información que nos dan y la que nos piden. Entonces sería encuentre el máximo volumen de la caja, esto es lo que se necesita. (Diálogo de la FPM, 2022).

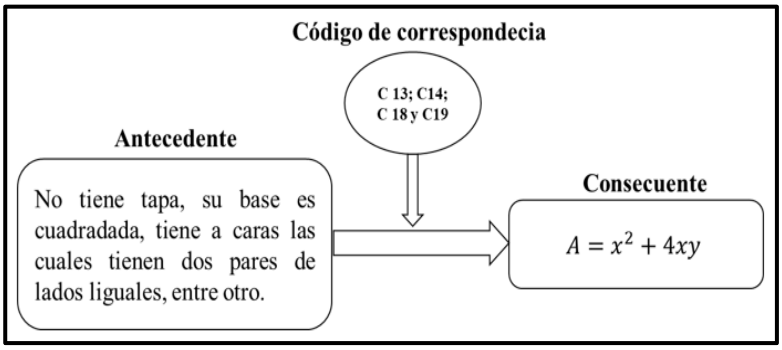


*Figura 15.* Esquema de la conexión matemática de característica

Fuente: Elaboración propia

Otra conexión de tipo característica se reconoció cuando la FPM usó la fórmula $((x^n)' = nx^{n-1})$ y mencionó en C41 "entonces la derivada resulta $V'(x) = 300 - \frac{3}{4}x^2$, donde el exponente se baja y se le resta uno y el exponente se multiplica con la constante que en este caso es $\frac{3}{4}$", lo cual fue realizado por las características de la función polinimial $V(x) = 300x - \frac{1}{4}x^3$ (ver Figura 8).

**4.8 Evidencias de las conexiones identificadas por el profesor (P)**

En este apartado se presentan episodios de la participación del profesor en servicio y algunas de las conexiones matemáticas identificadas en la actividad matemática de la FPM. En este contexto, una de las conexiones identificadas fue la procedimental cuando P consideró la expresión $x^2 + 4xy = 1200$ como su punto de partida para hallar el valor de $y$ que le resultó $y = \frac{1200-x^2}{4x}$.

> P: Que conexión hay aquí (señala la pizarra) queridos estudiantes, a ver yo tengo una expresión madre o principal $(\mathrm{x}^2 + 4\mathrm{xy} = 1200)$ y después vamos a emprender un camino, a ver qué es esto cuando yo empiezo a hacer estas operaciones tu qué dices, yo tengo esta expresión y empiezo a operar ¿Qué es? Un ¿qué?
>
> FPM: Procedimiento profe...
>
> P: Procedimiento (replica), entonces esta es la conexión procedimental que parte de $\mathrm{x}^2 + 4\mathrm{xy} = 1200$ hasta llegar a $\mathrm{y} = \frac{1200-\mathrm{x}^2}{4\mathrm{x}}$. Ahora bien, qué conexión hay de aquí hasta aquí, la misma procedimental pero asociada a una propiedad que es el inverso aditivo como se muestra en la Figura 16. (Diálogo entre el FPM y P de aula, 2022).

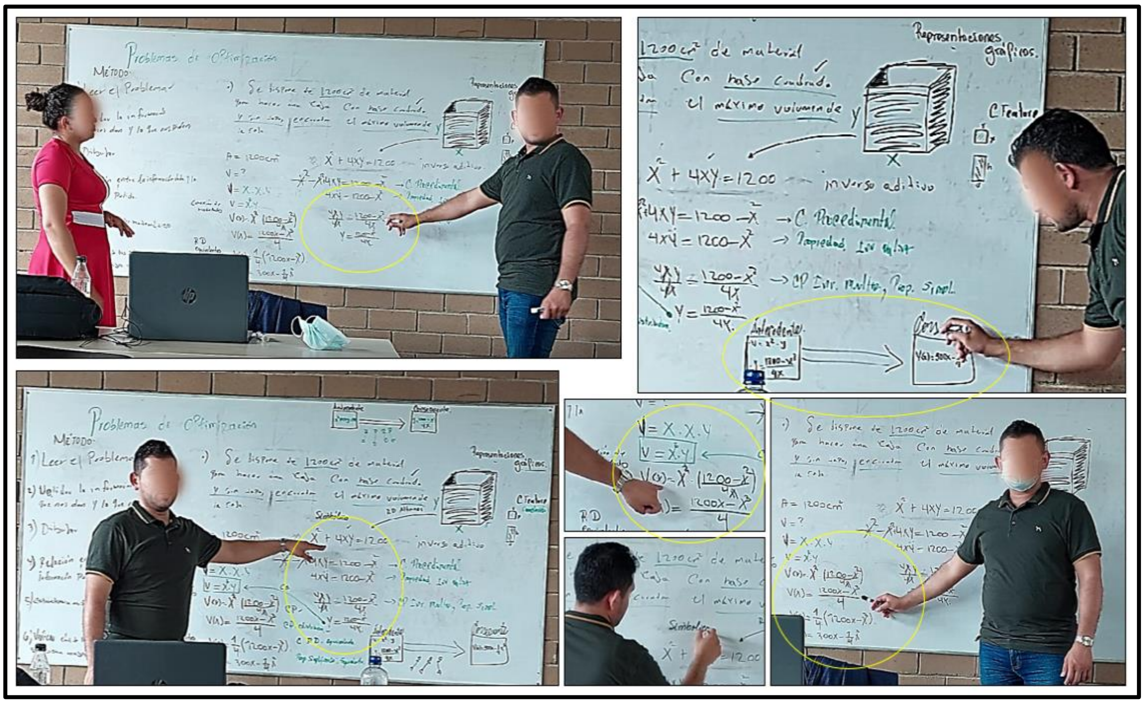

*Figura 16.* Identificación de conexiones por parte del profesor en el aula.

Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, el profesor reconoció la conexión de tipo representaciones diferentes de tipo equivalentes donde la FPM aplica la propiedad distributiva a $V(x) = \frac{1}{4}(1200x - x^3)$ para obtener $V(x) = 300x - \frac{1}{4}x^3$, ver extracto de la transcripción y Figura 16.

> P: entonces bien tenemos aquí que paso aquí $\mathrm{V(x)} = \frac{1}{4}(1200\mathrm{x} - \mathrm{x}^3)$ como se llama esto a ver eso es como reescribir el ya, es una expresión equivalente ya, esto es conexión en representaciones diferentes de tipo equivalente y esta que tenemos aquí $\mathrm{V(x)} = 300\mathrm{x} - \frac{1}{4}\mathrm{x}^3$ y ya está. (Diálogo del profesor de aula, 2022).

Por último, se presenta una conexión de tipo implicación cuando la FPM utiliza el criterio de la segunda derivada para comprobar si en realidad había encontrado el volumen máximo (ver extracto de la transcripción y Figura 11).

> FPM: Cuando la primera derivada es cero y la segunda derivada es menor que cero obtenemos un máximo local.
>
> P: Entonces tenemos un máximo local, esa conexión es de implicación que cumplen la condición de $\mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B}$ como relación lógica. (Diálogo entre el FPM y el P de aula, 2022).

## 4. Conclusiones

En esta investigación se analizaron las conexiones matemáticas que establece una FPM de matemáticas cuando resuelve un problema de aplicación sobre derivadas y cómo su profesor de Didáctica del Cálculo identifica las conexiones de manera simultánea. Los resultados de este estudio aportan a la línea de investigación sobre conexiones porque la mayoría de los investigadores de estudios previos (Businskas, 2008; García-García y Dolores-Flores, 2019; Hatisaru, 2022; Rodríguez-Nieto et al., 2021a; Rodríguez-Nieto et al., 2022) enfocan su mirada en analizar la actividad matemática profesores o estudiantes, pero no enfatizan en explorar su propia actividad matemática como se aborda en la presente investigación donde el participante (FPM) es el segundo autor.

Para la resolución del problema de aplicación, la FPM estableció conexiones orientada a la instrucción, modelado, procedimental, representaciones diferentes, significado, característica e implicación, las cuales son la evidencia especial de su comprensión (Berry y Nyman, 2006) respecto de los conceptos involucrados, especificamente la derivada. Además, la FPM hizo conexiones de significado y multiples representaciones (verbales, gráficas, simbólicas y algebraicas) transitando entre ellas consitentemente, lo cual aporta a la solución de la problemática reconocida en la literatura sobre la ausencia de conexiones de representaciones y significados por parte de profesores y estudiantes (Pino-Fan et al., 2015; 2018; Rodríguez-Nieto et al., 2021a, Rodríguez-Nieto et al., 2021b; Yavuz-Mumcu, 2018).

Además, reconocemos que el valor agregado de este trabajo es la dinámica y gestión de la clase sobre resolución de problemas y conexiones que hace el profesor P porque, la FPM aprende que una manera potente de resolver problemas matemáticos por medio de conexiones basadas en justificaciones o de alta calidad (Mhlolo et al., 2012; Rodríguez-Nieto et al., 2021b). Otra parte fundamental es el método usado por la FPM para resolver problemas lo cual le permitió ser organizada desde la lectura del problemas hasta la estructura del modelo matemático y verificación del resultado obtenido que, de hecho, se puede usar para resolver otros problemas de aplicación o extrametemáticos.

Aun lado a esto, afirmamos que este trabajo puede usarse para como ejemplo para analizar otras temáticas abordadas en clases de Didáctica del Cálculo u otras asignaturas, de hecho, sería interesante que los profesores promovieran conexiones en cursos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y conexiones etnomatemáticas relacionando la matemática practicada por grupos culturales y la matemática institucionalizada. Por último, mencionamos que la limitación de esta investigación se centra en la participación de un solo futuro profesor, lo cual no permite los resultados. Por lo tanto, la invitación es seguir el análisis de la actividad matemática de los futuros profesores con base en las conexiones matemáticas.

## 5. Agradecimientos

Este artículo es producto de las temáticas abordadas en la asignatura de Didáctica del Cálculo en la Universidad del Atlántico, Sede Suan. También, hace parte de la producción del Semillero de investigación Conexiones Etnomatemáticas, Teóricas y Metodológicas em Educación Matemática (CETMEM).

## 6. Referencias Bibliográficas

Amaya, T. (2020). Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de matemáticas en el desarrollo de una clase utilizando funciones. *Bolema-Mathematics Education Bulletin, Rio Claro (SP)*, *34*(66), 110-131.

Braun, V. y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77-101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Berry, J. y Nyman, M. (2003). Promoting students' graphical understanding of the calculus. *Journal of Mathematical Behavior*, *22*(4), 479-495.

Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections*. [Unpublished PhD thesis, Simon Fraser University, Canada].

Campo-Meneses, K. G. y García-García, J. (2020). Explorando las conexiones matemáticas asociadas a la función exponencial y logarítmica en estudiantes universitarios colombianos. *Educación matemática, 32*(3), 209-240.

Caviedes-Barrera, S.; De Gamboa-Rojas, G. y Badillo-Jiménez, E. (2019). Conexiones matemáticas que establecen maestros en formación al resolver tareas de medida y comparación de áreas. *Praxis, 15*(1), 69-87.

Charria-Castaño, L. (2017). Los derechos básicos de aprendizaje y la Narrativa Transmedia, otra forma de aprender en clase de matemáticas. *Revista Educación y Ciudad*, *33*, 87-98.

Cohen, L.; Manion, L. y Morrison, K. (2018). *Research methods in education*. London and New York: Routledge.

Dolores-Flores, C. y García-García, J. (2017). Conexiones Intramatemáticas y Extramatemáticas que se producen al Resolver Problemas de Cálculo en Contexto: un Estudio de Casos en el Nivel Superior. *Bolema - Mathematics Education Bulletin, Rio Claro SP, 31*(57), 158–180.

Dolores-Flores, C. (2013). *La variación y la derivada. 2. ed.* México: Ediciones Díaz de Santos.

Dray, T.; Giré, E.; Kustusch, M.; Manogue.; Corinne A. y Roundy, D. (2019). Interpreting Derivatives. *Primus, 29*(8), 830-850.

Evitts, T. (2004). *Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula.* [Unpublished dissertation, Doctor of philosophy, Pennsylvania State University College of Education. EE. UU].

Eli, J.; Mohr-schroeder, M. y Lee, C. (2011). Exploring mathematical connections of prospective middle-grades teachers through card-sorting tasks. *Mathematics Education Research Journal, 23*(3), 297-319.

Fuentealba, C.; Badillo-Jiménez, E. y Sánchez-Matamoros, G. (2019). Identificación y caracterización de los subniveles de desarrollo del esquema de derivada. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, v. 37*(2), 63-84.

García-García, J. (2019). Escenarios de exploración de conexiones matemáticas. *Números: revista de didácticas de las matemáticas, 100,* 129-133.

García-García, J. y Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing calculus tasks. *Int.J.Math.Educ.Sci.Technol, 49*(2), 227–252.

García-García, J. y Dolores-Flores, C. (2019). Conexión entre derivada e integral en el registro algebraico en bachillerato. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa, 4,* 11-30.

García-García, J. y Dolores-Flores, C. (2020). Exploring pre-university students' mathematical connections when solving Calculus application problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, v. 52*(6), 912-936.

Gonzales-García, A.; Muñiz-Rodríguez, L. y Rodríguez-Muñiz, L. (2018). Un estudio exploratorio sobre los errores y las dificultades del alumnado de Bachillerato respecto al concepto de derivada. *Aula Abierta, v. 47*(4), 449-462.

Haghjoo, S. y Reyhani, E. (2021). ndergraduate basic sciences and engineering students' understanding of the concept of derivative. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education), 6(*4), 277-298.

Hatisaru, V. (2022). Mathematical connections established in the teaching of functions. Teaching Mathematics and its Applications. *An International Journal of the IMA,* 1-21.

Kaur, B. y Lam, T. T. (2012). Reasoning, Communication and Connections in Mathematics: An Introduction. In: Kaur, B. y Lam, T. T. (ed). *Reasoning, Communication and Connections in Mathematics* (pp. 1-10). World Scientific Publishing.

Lakoff, G. y Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being.* Basic Books.

Mhlolo, M. (2012). Mathematical connections of a higher cognitive level: A tool we may use to identify these in practice. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 16*(2), 76-191.

Memòria Del Departament D' Ensenyament. (2017). *Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament*. Memòria Del Departament D' Ensenyament.

Ministerio De Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. [ (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics [NCTM].

Özgen, K. (2013). Problem çözme bağlaminda matematiksel ilişkilendirme becerisi: öğretmen adaylari örneği. *NWSA-Education Sciences, 8*(3), 323-345.

Pino-Fan, L.; Godino, J. D. y Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *Bolema - Mathematics Education Bulletin, v. 29*(51), 60–89.

Pino-Fan, L.; Godino, J. D. y Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21,* 63–94.

Pino-Fan, L.; Guzmán, I.; Font, V. y Duval, R. (2017). Analysis of the underlying cognitive activity in the resolution of a task on derivability of the absolute-value function: Two theoretical perspectives. *PNA 11*(2), 97-124.

Reveles-Gamboa, S., Orta, M. D. L. L. N., & Villegas-Berumen, H. G. (2022). La relación entre el uso de tecnologías de la información, el aprendizaje del cálculo diferencial y el liderazgo. Un

Análisis realizado en Jerez, Zacatecas. *El cálculo y su enseñanza, Enseñanza de las ciencias y la matemática*, *18*(1), 1-12.

Rodríguez-Nieto, C.; Rodríguez-Vázquez, F. y García-García, J. (2021a). Exploring University Mexican Students' Quality of Intra-Mathematical Connections When Solving Tasks About Derivative Concept. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, v. 17*(9).

Rodríguez-Nieto, C.; Rodríguez-Vázquez, F. y García-García, J. (2021b). Pre-service mathematics teachers' mathematical connections in the context of problem-solving about the derivative. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 12(*1), 202-220.

Rodríguez-Nieto, C.; Rodríguez-Vázquez, F.; Font, V. y Morales-Carballo, A. (2021c). Una visión desde la red de teorías TAC-EOS sobre el papel de las conexiones matemáticas en la comprensión de la derivada / A view from the ETC-OSA networking of theories on the role of mathematical connections in understanding the derivative. *Revemop, 3*, 1-32.

Rodríguez-Nieto, C. y Alsina, A. (2022). Networking Between Ethnomathematics, STEAM Education, and the Globalized Approach to Analyze Mathematical Connections in Daily Practices. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 18*(3), 20-85.

Rodríguez-Nieto, C.; Rodríguez-Vázquez, F. y Font, V. (2022). A new view about connections: the mathematical connections established by a teacher when teaching the derivative / Una nueva visión acerca de las conexiones: las conexiones matemáticas establecidas por un profesor cuando enseña la derivada. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53*(6), 1231-1256.

Ruiz, A. y Barrantes, H. (1996). *Elementos de cálculo diferencial. Volumen 1 límites y la derivada.* Universidad de Costa Rica.

Sari, P.; Hadiyan, A. y Antari, D. (2018). Exploring derivatives by means of GeoGebra. *International Journal on Emerging Mathematics Education, 2*(1), 65-78.

Stewart, J. (1999). *Cálculo. Conceptos y contextos.* México: International Thomson Editores.

Selinski, N. E.; Rasmussen, C.; Wawro, M. y Zandieh, M. A. (2014). method for using adjacency matrices to analyze the connections students make within and between concepts: The case of linear algebra. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(5), 550-583.

Vanegas, Y.; Giménez, J. y Font, V. (2017). Conexiones matemáticas en la reflexión sobre prácticas escolares. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* 114-1124.

Vargas, M. F.; Fernández-Plaza, J. A. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2020). Significado de derivada en las tareas de los libros de 1° de Bachillerato. *Bolema - Mathematics Education Bulletin, Rio Claro (SP), 34(*68), 911-933.

Yavuz-Mumcu, H. (2018). Examining mathematics department students' views on the use of mathematics in daily life**.** *International Online Journal of Education and Teaching (IOJET), 5(*1), 61-80.