Reconstrucción y análisis de estructuras de argumentación en un curso de cálculo

Juan de Dios Viramontes Miranda, Natividad Nieto Saldaña, Heidi Chavira Jara

juan.viramontes@uacj.mx, nnieto@uacj.mx, heidy.chavira@uacj.mx

Departamento de FyM UACJ

México

Autor de correspondencia: Juan de Dios Viramontes Miranda

Resumen. El análisis y caracterización de los esquemas de argumentación, son importantes en la investigación en matemática educativa, ya que nos permiten explorar los aspectos de justificación y validación de la matemática. Aquí se presenta una investigación que se llevó a cabo en la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, en un grupo del programa de matemáticas. Se utilizó la propuesta de Knipping (2008), para la metodología y el modelo de Toulmin en la fundamentación teórica del proyecto; éste, forma parte de un estudio piloto para validar la propuesta de Knipping, y que sea posible utilizar en un proyecto doctoral que busca caracterizar los procesos de argumentación en el aula.

Palabras clave: Cálculo, Argumentación, Modelo de Toulmin

Abstrac: The analysis and characterization of the argumentation schemes are important in educational mathematics research, since they allow us to explore the justification and validation aspects of mathematics. Here is an investigation that was carried out at the Autonomous University of Ciudad Juárez, in a group of the mathematics program. Knipping's proposal (2008) was used for the methodology and Toulmin's model in the theoretical foundation of the project; This is part of a pilot study to validate Knipping's proposal, and which can be used in a doctoral project that seeks to characterize the argumentation processes in the classroom.

Keywords: Calculus, Argumentation, Toulmin model

1. Introducción

En Matemática Educativa se han hecho diferentes investigaciones acerca del papel que tiene la demostración, tanto en profesores como en alumnos, existe una amplia gama de artículos, a partir de 1980, que reportan, desde diferentes perspectivas, la problemática relacionada con la demostración, como puede observarse en la página personal de Hanna (2009). También es notorio que muy pocas investigaciones se han focalizado en analizar las dificultades halladas en el proceso de argumentación o incluso en la construcción misma de la demostración que tienen los estudiantes y profesores desde la perspectiva de lo que sucede en la clase. Esta consideración es importante, como lo menciona Knipping (2008), ya que el acercamiento del profesor hacia la prueba no sólo está guiado por consideraciones lógicas, sino también por prácticas y pedagogías; además, considerando que las pruebas escritas, (en el salón de clases o en los libros de texto), no reflejan el proceso de su creación, punto clave para esta investigación.

2. Marco Conceptual

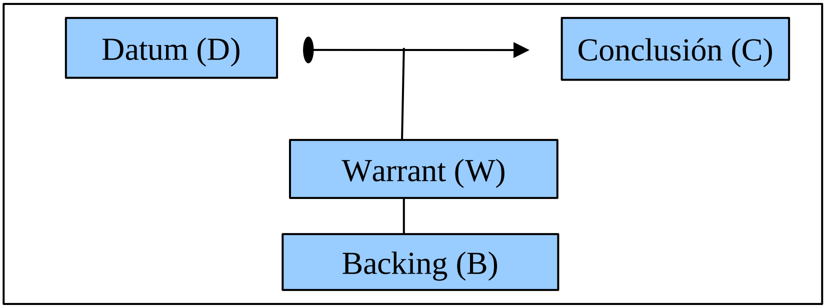
La naturaleza de los procesos de argumentación exige que se analice, en forma puntual, la producción de argumentos en clase; la demostración vista como un proceso acabado, sólo entorpece la enseñanza y el aprendizaje de ésta. Entenderemos por una práctica argumentativa "Al conjunto de acciones y razonamientos que un individuo pone en juego para justificar o explicar un resultado o para validar una conjetura nacida durante el proceso de resolución de un problema" (Flores, 2007).
Así mismo, entenderemos como esquema de argumentación a la manera en que el individuo utiliza sus razonamientos durante una práctica argumentativa y, siguiendo a Flores (2007), se pueden clasificar los esquemas de argumentación como autoritarios, simbólicos, fácticos, empíricos y analíticos.

Nos acercaremos al análisis de las producciones en clase a través del método planteado por Knipping (2008), el cual contempla un proceso de tres etapas:

1. Reconstrucción de la sucesión y significado de los diálogos en clase.
2. Análisis de argumentos y estructuras de argumentación.

3. Comparación de estas estructuras de argumentación entre sí.

Para la segunda etapa se utilizará el modelo de Toulmin (1958), que permite caracterizar las argumentaciones de cualquier especie (Pedemonte, 2008); en este caso, nos centraremos en las que se producen en un curso de Cálculo.



Esquema 1

En el Esquema 1 se puede observar el modelo básico de Toulmin para el análisis de un argumento, el cual está constituido por un enunciado, o afirmación de la persona (C); cierta información que justifica el enunciado (D); la regla de inferencia que permite conectar la información que justifica el enunciado con el enunciado (W) y, finalmente, aquello que da soporte a la regla de inferencia (B), como podemos ver en Pedemonte (2008).

Según Knipping (2008), podemos caracterizar los procesos de argumentación en clase como argumentos locales y globales. Los argumentos locales, son aquellos que sólo tienen una conclusión y se esquematizan por medio de un diagrama que da cuenta de sus partes, mientras los globales enlazan varias conclusiones que, a su vez, son datos para otros argumentos; es decir, se forma una cadena argumentativa.

3. Metodología

La investigación se realizó con dos alumnos del Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez, en el semestre agosto – diciembre de 2008. Primeramente, se observaron los procesos de argumentación que de forma natural se dan en una sesión de 50 minutos; después, se seleccionaron dos estudiantes a quienes se les proporcionó un par de problemas de cálculo diferencial no rutinarios, con el fin de que los discutieran entre ellos y así observar los argumentos y los procesos de argumentación que surgen al realizar esta tarea. Como siguiente etapa, se analizaron las estructuras de argumentación según el modelo de Toulmin (1958), y se terminó con la comparación de estas estructuras a fin de dar cuenta de los procesos involucrados. En este artículo sólo se reportan las conclusiones del análisis de uno de los problemas antes mencionados.

4. Resultados

Al analizar los resultados, se observaron varios elementos dignos de comentar, pero primeramente se muestra en el esquema 2 la estructura de argumentación de los dos estudiantes con respecto al primer problema, el cual fué: "Demuestre que una función cuadrática no tiene puntos de inflexión"

La transcripción de la demostración de las alumnas se encuentra en el anexo al documento.

D: Un punto de inflexión es aquel en el que la gráfica de la función cambia de

D: Para que cambie de concavidad tiene que pasar que la segunda derivada sea igual a cero

C/D: por lo tanto $f'(x) = 2Ax + B$

W: Derivada

C/D: por lo tanto $f''(x) = 2A$.

W: Resolver

W: En este caso si es una cuadrática es de la forma $f(x) = Ax^2 + Bx + C$

W: Derivada de

C/D: por lo tanto $f''(x) = 2A = 0$ siempre da cero

W: Para encontrar los puntos de inflexión necesitamos igualar la segunda derivada

C: por lo tanto no hay cambio de

Esquema 2

En este esquema se observan claramente los datos que sirven para apoyar las conclusiones, así como también, se nota que algunos tienen una función doble, el ser datos que apoyan y a la vez conclusiones, es decir, se puede observar la cadena argumentativa de la demostración, la cual no necesariamente corresponde a la cadena de implicaciones que se esperaría de una demostración “stricto sensu”.

Esto nos da ocasión para comentar el problema didáctico que existe entre la argumentación y la demostración; a saber, el entender y caracterizar la relación entre estas dos prácticas. Esta problemática está siendo revisada por varios grupos de investigación a nivel internacional, una muestra de esto es el pasado ICMI Study 19: Proof and Proving in Mathematics Education, que tuvo lugar en el 2009 en la ciudad de Taipei, Taiwan.

En el esquema 2 se observan las referencias, explícita e implícita, de las diferentes definiciones que se requieren para articular la argumentación, así como las garantías de las implicaciones; es decir, los conocimientos o procedimientos que se requieren para apoyar el paso de los datos a la conclusión.

Esta técnica se podría utilizar para comparar los esquemas argumentativos de diferentes alumnos, y con ello, hacer aportaciones didácticas a la mejor comprensión de la problemática de la demostración en la clase de matemáticas.

En el esquema 3, se observa la respuesta de las alumnas (veáse el anexo para claridad), en torno al problema planteado.

Demuestre que una función cuadrática no tiene puntos de inflexión

- El punto de inflexión es aquel en el que la gráfica de la función cambia de concavidad, para que cambie de concavidad tiene que pasar que la segunda derivada sea igual a cero, y en éste caso si es cuadrática es de la forma $f(x)=Ax^2+Bx+C$. $f'(x)=2Ax+B$ $f''(x)=2A$
para encontrar los puntos de inflexion necesitamos igualar la segunda derivada a cero y despejar x ∴
$f''(x)=2A=0$ siempre da cero $\forall x$, ∴ no hay cambio de concavidad.

Esquema 3

La discusión entre las alumnas para dar inicio a la solución del problema se tornó interesante, ya que no había una sola estrategia de solución, pero conforme se fue llegando a un acuerdo, se cristalizó en una vía para resolver el problema, el cual se muestra en el Esquema 3.

También valdría la pena comentar que la segunda derivada $f''(x)=2A$, de una función cuadrática $f(x)=Ax^2+Bx+C$, no tiene ceros. Es positiva o negativa en todo su dominio si A es mayor o respectivamente menor que cero. Hay que tener presente que $f(x)=Ax^2+Bx+C$ define una función cuadrática sí, y sólo si, $A\neq 0$; de tal manera, no es adecuada la afirmación de las alumnas "C/D: por lo tanto $f''(x)=2A=0$ siempre da cero $\forall x$". Podemos observar que el conjunto, solución de la ecuación $f''(x)=0$, está formado sólo por polinomios de grado menor o igual que 1; de aquí, podemos comentar que este elemento sirvió de manera natural para seguir la argumentación, aunque en esta parte, no formaría parte de la demostración formal de este resultado. Advertimos que existe una relación entre la argumentación y la demostración formal: la argumentación como recurso para, como medio, a través del cual, etc.

De todo lo anterior afirmamos que la caracterización de la argumentación por medio del modelo de Toulmin es conveniente, aunque se observó que es necesario incorporar los otros elementos del esquema que no están incorporados, ya que solo se utilizó el esquema simplificado.

Conclusiones

Destacamos las siguientes:

- Se comprobó la efectividad del modelo de Toulmin para caracterizar la argumentación de estudiantes; sin embargo, hace falta implementar el modelo completo.
- Se observó, de manera esquemática, la discusión entre las estudiantes.
- Se validó el recurso metodológico para usarse en investigaciones posteriores.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Flores, A. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación Matemática*, (19), 1, 63–98.

Hanna, G. (2009). Gila Hanna personal webpage. Recuperado el 3 de mayo de 2009 en http://fcis.oise.utoronto.ca/~ghanna/home.html

Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. *ZDM Mathematics Education*, 40, 427–441.

Pedemonte, B. (2008). Argumentation and algebraic proof. *ZDM Mathematics Education*, 40, 385–400.

Toulmin, S. (1958). The uses of argument. Cambridge. Cambridge University Press

ANEXO

Transcripción de las demostraciones hechas por los alumnos.

Ejercicio: Demuestre que una función cuadrática no tiene puntos de inflexión.

Demostración:

Un punto de inflexión es aquel en el que la gráfica de la función cambia de concavidad, para que cambie de concavidad tiene que pasar que la segunda derivada sea igual a cero y en este caso si es una cuadrática es de la forma $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ *por lo tanto* $f'(x) = 2Ax + B$*, por lo tanto* $f''(x) = 2A$.
Para encontrar los puntos de inflexión necesitamos igualar la segunda derivada a cero y despejar x, por lo tanto $f''(x) = 2A = 0$ *siempre da cero* $\forall x$*, por lo tanto no hay cambio de concavidad.*